

Колебательное движение. Гармонические колебания и их характеристики.

Уравнение гармонического колебания.

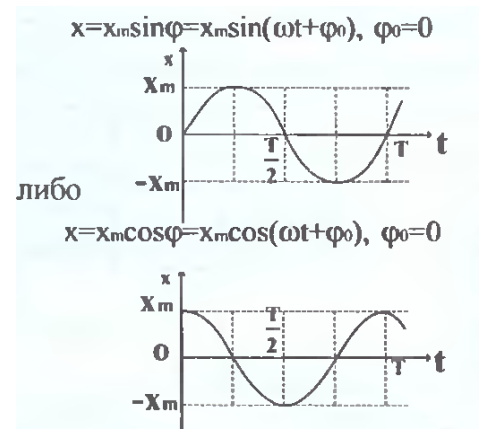
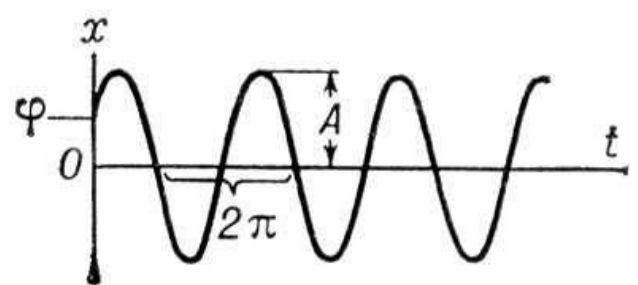
Колебаниями называются такие процессы, которые обладают той или иной степени повторяемости во времени. Подобные процессы наблюдаются в системах самой различной физической природы. Если состояние системы описывается конечным числом переменных, то мы имеем дело с собственно колебательными процессами, например, колебания маятника, колебания тока в электрическом контуре, колебания концентрации реагентов при некоторых химических реакции и т. д. Иными словами в этом случае мы имеем дело с колебательными процессами, происходящими в системах, имеющих конечное число степеней свободы. Другой тип колебательных процессов возможен в системах имеющих бесконечное число степеней свободы таких, например, как сплошная среда или электромагнитное поле. В таких случаях колебательный процесс начавшийся в одном месте передается в соседнее место распространяясь в пространстве. Тогда говорят, что в пространстве распространяется волна. Волна характеризуется периодичностью не только во времени, но и в пространстве. Примерами служат звук, то есть упругие волны в сплошной среде, электромагнитные волны, химические волны, то есть волны концентрации химических реагентов, распространяющиеся по объему реактора при некоторых химических реакциях и т. д. Разумеется, что такое поведение систем не исчерпывает все многообразие процессов, которые могут происходить. Однако колебательные и волновые процессы представляют очень важный класс процессов, причем важный не только с теоретической точки зрения, но и с практической. Достаточно вспомнить, что колебательные процессы используются, например, в часах (как механических, так и электронных), в радиоприемниках и телевизорах (колебательные контуры), акустика (звуковые волны), радио и телевизионной связи (электромагнитные волны) и т. п. Колебания можно разделить на установившиеся и переходные. Установившиеся колебания характеризуются периодичностью и устойчивостью. Периодичность означает, что система периодически во времени проходит один и тот же ряд состояний, а устойчивость, что при неизбежных в реальности случайных внешних воздействиях, она через некоторое время возвращается к установившемуся первоначальному колебанию. Переходные колебательные процессы приводят к переходу системы из данного состояния либо к состоянию устойчивого равновесия, либо к установившемуся колебательному процессу. В зависимости от характера воздействия на систему колебания разделяются на свободные и вынужденные колебания, автоколебания и параметрические колебания. Свободными или собственными называются такие колебания, которые происходят в системе представленной самой себе после того, как она была выведена из состояния равновесия. Пример, колебания груза, подвешенного на пружине в поле тяготения. Свободные колебания происходят с частотой, которая зависит только от параметров системы. Ее называют частотой собственных колебаний (собственной частотой). Если в механической колебательной системе не действуют силы трения и сопротивления, то свободные колебания такой системы являются незатухающими. В реальных колебательных системах всегда присутствуют силы трения и сопротивления. Энергия механических колебаний такой системы расходуется на работу против этих сил, поэтому свободные колебания такой системы являются затухающими.

Амплитуда их с течением времени уменьшается, пока не станет равной нулю. Вынужденными называются такие колебания, в процессе которых колеблющаяся система подвергается периодическому воздействию внешнего источника энергии. Например, звуковая волна, распространяющаяся в среде, где имеется источник звука или электромагнитные колебания в контуре, куда включена периодическая эдс. Частота вынужденных колебаний равна частоте внешней вынуждающей силы. Автоколебания сопровождаются вводом дополнительной энергии в систему подобно вынужденным, но в отличие от последних, характер ввода этой энергии определяется закономерностями самой системы, а не задается извне. Пример: механические и электронные часы. При параметрических колебаниях за счет внешнего воздействия происходит периодическое изменение какого либо параметра системы, определяющего ее внутренние свойства. Например, может периодически изменяться длина нити, на которой подвешен маятник. Все колебательные системы описываются в помощью уравнений, которые называются дифференциальными. Системы, в которых возможны колебательные процессы, подразделяется на линейные и нелинейные. В первом случае дифференциальные уравнения, описывающие поведение динамику системы, являются линейными и система подчиняется принципу суперпозиции. Во втором случае такие дифференциальные уравнения нелинейны и принцип суперпозиции не справедлив. Строго говоря, большинство физических систем нелинейны, однако, при малых отклонениях от состояния равновесия они демонстрируют линейное поведение. Все перечисленные виды колебаний могут осуществляться в нелинейных системах, но, например, в линейных системах автоколебания не реализуются, тогда как остальные типы могут возникать. Колебания и волны - наиболее распространенный вид движения. Не существует такого уровня организации материи (поля, частицы, атомы, молекулы и т. д.) на котором не проявлялись бы колебательные процессы. Нет области человеческой деятельности не связанной с тем или иным проявлением или использованием колебаний и волн. Музыка, аудио и видео техника, поведение сложных механических конструкций, вибрационная, ультразвуковая, лучевая активации технологических процессов, методы изучения ультра малых и космических объектов, дефектоскопия и диагностика -

все это и многое другое прямо или косвенно связано с использованием колебаний и волн.

Гармонические колебания представляет собой наиболее простой вид колебаний. Это колебания, при которых изменения физических величин происходят по закону синуса или косинуса (гармоническому закону).

Гармонические колебания характеризуются периодом, частотой, циклической частотой, амплитудой, фазой, начальной фазой колебаний.



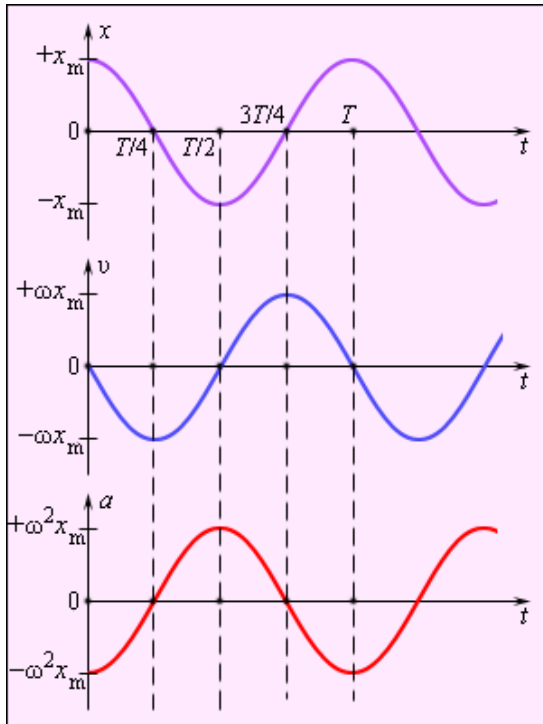
Период колебаний T – это наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех физических величин, характеризующих колебания. Единица измерения: $[T] = 1 \text{ с}$.

Частота колебаний ν – число колебаний в единицу времени. Единица измерения: $[\nu] = 1 \text{ с}^{-1} = 1 \text{ Гц}$ (Герц). Формула: $\nu = \frac{1}{T}$ или $\nu = \frac{N}{t}$, N – число колебаний, t – время колебаний.

Циклическая угловая частота ω – число колебаний за 2π секунд. Единица измерения: $[\omega] = 1 \text{ с}^{-1} = 1 \text{ Гц}$ (Герц). Формула: $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

Амплитуда A – максимальное смещение колеблющегося тела от положения равновесия. Единица измерения: $[A] = \text{м}$.

При гармонических колебаниях координата тела описывается следующим соотношением:



$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

A – амплитуда колебаний, ω – циклическая частота, φ_0 – начальная фаза колебаний, $\omega \cdot t + \varphi_0$ – фаза колебаний.

Фаза колебаний: $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$ – величина, определяющая значение изменяющейся величины в данный момент времени.

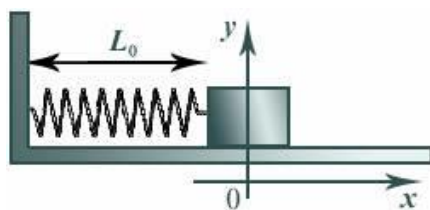
Начальная фаза колебаний: φ_0 – это фаза колебаний в начальный момент времени. (в момент времени $t = 0$).

Скорость гармонически колеблющейся точки будет определяться выражением:

$$v_x = x' = A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = v_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$v_{max} = A \cdot \omega^2$ – максимальное значение скорости колеблющейся точки.

Ускорение гармонически колеблющейся точки: $a_x = v'_x = x'' = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\omega^2 \cdot x$

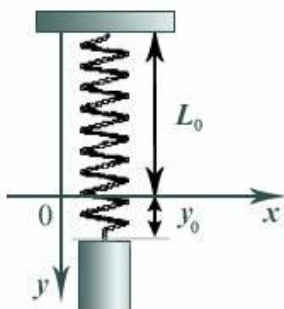


$$a_{max} = A \cdot \omega^2$$

– максимальное ускорение колеблющейся точки.

Пружинный маятник – простейшая колебательная система. Это груз массой m прикрепленный к невесомой пружине с коэффициентом жесткости k . Колебания в этом случае происходят под действием силы упругости: $F_x = -k \cdot x$.

Пружинный маятник бывает горизонтальным и вертикальным. При горизонтально расположенном пружинном маятнике положение равновесия определяется длиной недеформированной пружины.



При вертикально расположенном пружинном маятнике

положение равновесия определяется длиной недеформированной пружины при отсутствии колебаний ($k \cdot \Delta l = m \cdot g$)

Период колебаний пружинного маятника в обоих случаях определяется по формуле:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Частота колебаний пружинного маятника: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Циклическая частота колебаний пружинного маятника: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Математический маятник – это материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити длиной l в поле каких-либо сил. При малых углах отклонения такой маятник будет совершать гармонические колебания.

Если математический маятник совершает колебания в поле силы тяжести Земли, то период его колебаний определяется выражением:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

l – длина маятника, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

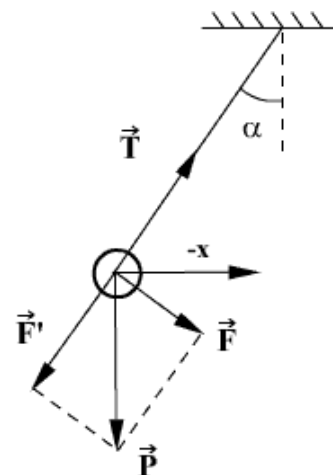


рис. 7.3

Частота колебаний математического маятника: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

Циклическая частота колебаний математического маятника: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Задания: (ответить обязательно на все вопросы!!!)

1. Дать определение всем видам колебаний, названия которых встречаются в тексте.
2. Как называются уравнения, с помощью которых описываются гармонические колебания?
3. Дайте определение гармонических колебаний и укажите их характеристики. Зарисуйте к себе в тетрадь график гармонического колебания.
4. Запишите формулы, по которым определяются характеристики гармонических колебаний.
5. Что такое пружинный маятник? Виды?
6. По каким формулам определяются период, частота и циклическая частота колебаний пружинного маятника?
7. По каким формулам определяются период, частота и циклическая частота колебаний математического маятника?

Решить задачи: (тарификация: 5 задач+ все вопросы = «3», 6-7 задач+ все вопросы = «4», 8 задач+ все вопросы = «5»)

1. Грузик на пружине за 6 с совершил 18 колебаний. Найти период и частоту колебаний.

2. Груз на пружине за 1 мин совершает 36 колебаний. Определить период колебаний и циклическую частоту.
3. Найти амплитуду, период и частоту колебаний, если закон колебаний материальной точки имеет вид $x = 5 \cdot \cos 6,28t$ (см)
4. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону:
$$x = 0,2 \cdot \sin \left(4\pi t - \frac{\pi}{4} \right)$$
Найти амплитуду, период колебаний, начальную фазу колебаний и смещение точки в начальный момент времени.
5. Определить период колебания груза массой $m = 0,1$ кг, подвешенного к пружине с коэффициентом жесткости $k = 10$ Н/м.
6. Груз какой массы следует прикрепить к пружине жесткостью $k = 10$ Н/м, чтобы его период колебаний был равен $T = 5$ с?
7. Какую длину имеет математический маятник с периодом колебаний $T = 1$ с?
8. Математический и пружинный маятники совершают колебания с одинаковым периодом. Определить массу груза пружинного маятника, если коэффициент жесткости пружины $k = 20$ Н/м. Длина нити математического маятника $l = 0,4$ м.