	ГБПОУ «Пермский политехнический колледж имени Н.Г. Славянова»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

для реализации Программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности
09.02.06 Сетевое и системное администрирование
(технологический профиль профессионального образования)

Рассмотрено и одобрено на заседании
Предметной цикловой комиссией
«Выпускающая студентов на государственную итоговую аттестацию
Протокол №2
от 21 октября 2023 г.
Председатель ПЦК
____________________ С.В. Вепрева

2023

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки, являются формой организации учебного процесса, направленной на выработку у обучающихся практических умений для изучения последующих учебных дисциплин, профессиональных модулей и для решения профессиональных задач.

Выполнение обучающимся практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам учебных дисциплин профессиональных модулей;

- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;

- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия проводятся в учебных кабинетах, лабораториях, мастерских. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями.

Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике.

Содержание практического занятия определяется перечнем профессиональных умений по конкретной учебной дисциплине (профессиональному модулю), а также характеристикой профессиональной деятельности выпускников, требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы.

По каждой учебной дисциплине и междисциплинарному курсу для обучающихся разработаны методические указания по выполнению практических работ.

Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, аппаратура, материалы и их характеристики, порядок выполнения работы, таблицы, выводы (без формулировки), контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

Работы, носящие частично поисковый характер, отличаются тем, что при их проведении студенты не пользуются подробными инструкциями, им не дан порядок выполнения необходимых действий, и требуют от студентов самостоятельного подбора оборудования, выбора способов выполнения работы в инструктивной и справочной литературе и др.

Работы, носящие поисковый характер, характеризуются тем, что студенты должны решить новую для них проблему, опираясь на имеющиеся у них теоретические знания.

Формы организации студентов на практических занятиях: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу.

При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется микро-группами по 2—5 человек.

При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Оценки за выполнение практических работ являются показателями текущей успеваемости студентов по учебной дисциплине.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ по учебным дисциплинам и междисциплинарным курсам

Код	Наименование учебной дисциплины, профессионального модуля, междисциплинарного курса	№ Приложения
ОУД.01	Русский язык	1
ОУД.02	Литература	2
ОУД.03	Иностранный язык	3
ОУД.04	История	4
ОУД.05	Обществознание	5
ОУД.06	География	6
ОУД.07	Химия	7
ОУД.08	Биология	8
ОУД.09	Физическая культура	9
ОУД.10	Основы безопасности жизнедеятельности	10
ОУД.11	Математика	11
ОУД.12	Информатика	12
ОУД.13	Физика	13
ОУД.14	Основы исследовательской и проектной деятельности	14
ОУД.15	Введение в специальность	15
СГ.01	История России	16
СГ.02	Иностранный язык в профессиональной деятельности	17
СГ.03	Безопасность жизнедеятельности	18
СГ.04	Физическая культура	19
СГ.04	Адаптивная физическая культура	20
СГ.05	Основы бережливого производства	21
СГ.06	Основы финансовой грамотности	22
ОП.01	Элементы высшей математики	23
ОП.02	Дискретная математика с элементами математической логики	24
ОП.03	Теория вероятностей и математическая статистика	25
ОП.04	Основы алгоритмизации и программирования	26
ОП.05	Основы проектирования баз данных	27
ОП.06	Архитектура аппаратных средств	28
ОП.07	Операционные системы и среды	29
ОП.08	Информационные технологии	30
ОП.09	Правовое обеспечение профессиональной деятельности	31
ОП.10	Стандартизация, сертификация и техническое документоведение	32
ОП.11	Основы электротехники	33
ОП.12	Инженерная компьютерная графика	34
ОП.13	Технологии физического уровня передачи данных	35
МДК.01.01	Организация, принципы построения и функционирования компьютерных сетей	36

ПРИЛОЖЕНИЕ 25

Методические указания для обучающихся по выполнению практических работпо учебной дисциплине ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика

Автор: Мелюхина Людмила Васильевна, ГБПОУ «Пермский политехнический колледж имени Н.Г. Славянова», преподаватель высшей квалификационной категории

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических занятий обучающимися по дисциплине ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика предназначены для обучающихся по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование.

Цель методических указаний: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по дисциплине ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика.

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят обучающимся закрепить теоретические знания, сформировать необходимые умения и навыки деятельности по специальности, направлены на формирование следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 3.4 Осуществлять устранение нетипичных неисправностей в работе сетевой инфраструктуры

В результате выполнения практических занятий по дисциплине ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование обучающиеся должны:

уметь:

- вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики;
- использовать методы математической статистики

знать:

- основы теории вероятностей и математической статистики.

Описание каждого практического занятия содержит: раздел, тему, количество часов, цели работы, что должен знать и уметь обучающийся, теоретическую часть, порядок выполнения работы, контрольные вопросы, учебно-методическое и информационное обеспечение.

На выполнение практических занятий по дисциплине ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика отводится 10 часов.

Содержание практических занятий
Практическая работа №1

Раздел 1. Элементы теории вероятностей

Тема: Решение задач на расчет количества выборок

Количество часов: 2

Цели: закрепить на практике навыки решения комбинаторных задач.

Задачи: уметь определять количество выборок, используя правила комбинаторики и основные формулы.

<u>Теоретический материал</u>

Комбинаторными задачами называются задачи, в которых необходимо подсчитать, сколькими способами можно сделать тот или иной выбор, выполнить какое-либо условие.

Пусть имеется множество, содержащее n элементов. Каждое его упорядоченное подмножество, состоящее из k элементов, называется ***размещением из n элементов по k элементов:***

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$, где n!=1*2*3*…*n

Пример. Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока?

Решение. Число способов равно числу размещений из 7 элементов по 4, т.е. равно A_7^4. Получаем $A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{3!*4*5*6*7}{3!} = 4*5*6*7 = 840$.

Размещения из n элементов по n элементов называются ***перестановками из n элементов:*** $P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$.

Пример. Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что в числе цифры не повторяются?

Решение. Цифра 5 обязана стоять на последнем месте. Остальные пять цифр могут стоять на оставшихся пяти местах в любом порядке. Следовательно, искомое число шестизначных чисел, кратных пяти, равно числу перестановок из пяти элементов, т.е. 5!=5*4*3*2*1=120.

Сочетания. Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Каждое его подмножество, содержащее k элементов, называется ***сочетанием из n элементов по k элементов:***

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Пример. Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?

Решение. Матчей состоится столько, сколько существует двухэлементных подмножеств у множества, состоящего из 16 элементов, т.е. их число равно $C_{16}^{2}=\frac{16!}{2!(16-2)!}=\frac{14!*15*16}{2!*14!}=\frac{15*16}{2}=120$.

Правила комбинаторики:

1. Правило суммы. Если элемент x можно выбрать n способами и если элемент y можно выбрать m способами, то выбор «либо x, либо y» можно осуществить n+m способами.

2. Правило произведения. Если элемент x можно выбрать n способами, и если после его выбора элемент y можно выбрать m способами, то выбор упорядоченной пары можно осуществить n*m способами.

Порядок выполнения работы

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

Задание:

Вариант I.

1. Вычислите: а) $\frac{P_8}{A_5^8}$; б) $C_7^{10}\cdot P_3$.

2. Сколько различных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр: а) 0, 2, 4, 6; б)2, 3, 4, 6?

3. У студентов первого курса в понедельник 4 пары различных предметов. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?
4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трёх дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
5. Сколько всевозможных трёхзначных чисел можно составить, используя цифры: 4, 5, 6, 7, 8?

Вариант II.

1. Вычислите: а) $\frac{P_9}{A_6^9}$; б) $C_3^7\cdot P_4$.

2. Сколько различных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр: а) 1, 2, 3, 4; б)0, 2, 3, 4?
3. Сколькими способами можно расставить на полке 4 различные книги?
4. Для ремонта здания прибыла бригада из 12 человек. Трёх из них надо отправить на четвёртый этаж, а из оставшихся четырёх на пятый этаж. Сколькими способами это можно сделать?
5. На первом курсе колледжа изучают 9 дисциплин. Сколько различных вариантов расписания можно составить на понедельник, если в расписании нужно поставить 3 пары?

Контрольные вопросы:

1) Какие задачи называются комбинаторными?
2) Виды комбинаций. Формулы для подсчета количества комбинаций.

3) Правила комбинаторики.

Практическая работа №2

Раздел 1. Элементы теории вероятностей

Тема: Вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности

Количество часов: 2

Цели: повторить классическое определение вероятности. Закрепить на практике вычисление вероятности случайных событий.

Задачи: уметь вычислять вероятности случайных событий по классической формуле определения вероятности.

Теоретический материал

Классическое определение вероятности: вероятность P(A) события A равна отношению числа возможных результатов опыта (M), благоприятствующих событию A, к числу всех возможных результатов опыта (N): $P(A) = \frac{M}{N}$.

Пример 1. Подбрасывание игральной кости один раз. Событие A состоит в том, что выпавшее число очков – чётно. В этом случае N=6 – число граней куба; M=3 – число граней с чётными номерами; тогда P(A)=3/6=1/2.

Пример 2. Подбрасывание симметричной монеты 2 раза. Событие A состоит в том, что выпало ровно 2 герба. В этом случае N=4, т.к. Ω={ГГ, ГР, РГ, РР}; M=1, т.к. A={ГГ}. Тогда P(A)= ¼.

Пример 3. Вытягивание шара из урны, содержащей 2 белых и 3 чёрных шара. Событие A состоит в том, что вытянули чёрный шар. В этом случае N=2+3=5 (общее число шаров в урне), M=3 (число чёрных шаров), тогда P(A)=3/5.

Пример 4. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятность того, что он с первого раза наберёт эти цифры правильно, если он помнит, что они различны?

Решение. Обозначим A – событие, состоящее в том, что абонент, набрав произвольно две цифры, угадал их правильно. M – число правильных вариантов, очевидно, что M=1; N – число различных цифр, $N = A_{10}^{2} = \frac{10!}{8!} = \frac{8!*9*10}{8!} = 9*10 = 90$. Таким образом, P(A)=M/N=1/90.

Пример 5. Шесть шариков случайным образом располагаются в шести ящиках так, что для каждого шарика равновероятно попадание в любой ящик и в одном ящике может находиться несколько шариков. Какова вероятность того, что в каждом ящике окажется по одному шарику?

Решение. Событие A – в каждом ящике по одному шарику. M – число вариантов распределения шариков, при которых в каждый ящик попадает по одному шарику, M=6! (число способов переставить между собой 6 элементов). N – общее число вариантов N=6^6

(так как каждый шарик может попасть в каждый из ящиков). В результате получаем $P(A)=\frac{6!}{6^6}=\frac{5!*6}{6^6}=\frac{5!}{6^5}$.

Пример 6. В урне 3 белых и 4 чёрных шара. Из урны вынимаются два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

Решение. Обозначим: А – событие, состоящее в появлении белых шаров; N – число способов вытащить 2 шара из 7; $N=C_7^2$; М – число способов вытащить 2 белых шара из имеющихся 3 белых шаров; $M=C_3^2$.

$$P(A)=\frac{M}{N}=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{2!*5!*3!}{7!*2!*1!}=\frac{3!}{7*6}=\frac{1}{7}$$

<u>Порядок выполнения работы</u>

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

<u>Задание:</u>

Вариант 1

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10?
2. Монета подброшена два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет герб?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго – 0,8, длятретьего – 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.
4. В клетке есть пушистые и гладкошёрстые хомяки. Среди пушистых 3 белых, 2 чёрных и 4 рыжих. Среди гладкошёрстых 2 белых, 3 чёрных и 1 - рыжий. Какова вероятность того, что выбранный наугад хомяк будет белым или пушистым?
5. В трёх одинаковых коробках лежат жетоны. В первой коробке – 2жёлтых и 3 красных, во второй коробке – 3 жёлтых и 4 красных, в третьей – 1 жёлтый и 5 красных. Какова вероятность того, что из наугад выбранной коробки будет извлечён жёлтый жетон?

Вариант II.

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара превышает 10?
2. В лотерее 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 100 рублей, на 4 билета – выигрыш по 50 рублей, на 10 билетов – выигрыш по 20 рублей, на 20 билетов

– выигрыш по 10 рублей, на 165 билетов –выигрыш по 5 рублей, на 400 билетов – выигрыш по 1 рублю. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 10 рублей?

3. В первом ящике 2 белых и 10 чёрных шаров; во втором ящике 8 белыхи 4 чёрных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара белые?
4. Бросают игральную кость. Какова вероятность того, что выпадет 3 очкаили нечётное число очков?
5. В двух одинаковых аквариумах живут чёрные и красные рыбки. Впервом – 3 красных и 5 чёрных рыбок, а во втором – 4 красных и 2 чёрных. Какова вероятность того, что из наугад выбранного аквариума будет выловлена сачком чёрная рыбка?

Контрольные вопросы:

1) Какое событие называют достоверным?
2) Какое событие называют невозможным?
3) Дайте определение противоположных событий.
4) Сформулируйте классическое определение вероятности.
5) Чему равна вероятность достоверного события?
6) Чему равна вероятность невозможного события?
7) Что называется частотой события?
8) Какой вид имеет формула вычисления вероятности?

Практическая работа №3

Раздел 1. Элементы теории вероятностей

Тема: Вычисление вероятностей сложных событий

Количество часов: 2

Цели: знать теоремы сложения, умножения вероятностей.

Задачи: уметь вычислять вероятности сложных событий.

<u>Теоретический материал</u>

Вероятность противоположного события $\overline{A}$ определяется по формуле: p($\overline{A}$)=1-p(A).

Для несовместных событий вероятность суммы двух событий вычисляется по формуле: p(A+B)=p(A)+p(B).

Пример. Завод производит 85% продукции первого сорта и 10% - второго. Остальные изделия считаются браком. Какова вероятность, что взяв наудачу изделие, мы получим брак?

Решение. P=1-(0,85+0,1)=0,05.

Вероятность суммы двух любых случайных событий равна p(A+B)=p(A)+p(B)-p(AB).

Пример. Из 20 студентов 5 человек сдали на двойку экзамен по истории, 4 – по английскому языку, причём 3 студента получили двойки по обоим предметам. Каков процент студентов в группе, не имеющих двоек по этим предметам?

Решение. P = 1 - (5/20 + 4/20 - 3/20) = 0,7 (70%)

Условной вероятностью события В при условии, что событие А произошло, называется $p(B/A)=\dfrac{p(AB)}{p(A)}$

Пример. В урне лежит N шаров, из них n белых. Из неё достают шар и, не кладя его обратно, достают ещё один. Чему равна вероятность того, что оба шара белые?

Решение. Обозначим А – событие, состоящее в том, что первым вынули белый шар, через В событие, состоящее в том, что первым вынули чёрный шар, а через С событие, состоящее в том, что вторым вынули белый шар; тогда

$$p(A)=\frac{n}{N};\qquad p(B)=\frac{N-n}{N};\qquad p(CA)=\frac{n-1}{N-1};\qquad p(C\mid B)=\frac{n}{N-1};$$

$$p(AC)=p(A)*p(C\mid A)=\frac{n*(n-1)}{N*(N-1)}$$

Пример. Из 30 экзаменационных билетов студент подготовил только 25. Если он отказывается отвечать по первому взятому билету (которого он не знает), то ему разрешается взять второй. Определить вероятность того, что второй билет окажется счастливым.

Решение. Пусть событие А заключается в том, что первый вытащенный билет оказался для студента «плохим», а В – второй – «хорошим». Поскольку после наступления события А один из «плохих» уже извлечён, то остаётся всего 29 билетов, из которых 25 студент знает. Отсюда искомая вероятность равна P(B/A)=25/29.

Вероятность произведения:

p(AB)=p(A)*p(B|A)=p(B)*p(A|B).

Пример. По условиям предыдущего примера найти вероятность успешной сдачи экзамена, если для этого студент должен ответить на первый билет, или, не ответив на первый, обязательно ответить на второй.

Решение. Пусть события А и В заключаются в том, что соответственно первый и второй билеты «хорошие». Тогда $\overline{A}$ - появление «плохого» билета в первый раз. Экзамен будет сдан, если произойдёт событие А, или одновременно $\overline{A}$ и В. То есть искомое событие С – успешная сдача экзамена выражается следующим образом: С=А+$\overline{A}$В. Отсюда p(C)=p(A+$\overline{A}$B)=p(A)+p($\overline{A}$B)=p(A)+p($\overline{A}$)p(B/$\overline{A}$)=25/30+5/30*25/29=0,977

Или p(C)=1 - p($\overline{C}$)=1 - p($\overline{A}*\overline{B}$)=1 - p($\overline{A}$)* p($\overline{A}/\overline{B}$)=1 -5/30*4/29=0,977

Случайные события А и В назовём ***независимыми,*** если p(AB)=p(A)*p(B).

Пример. Рассмотрим предыдущий пример с урной, содержащей N шаров, из которых n белых, но изменим опыт: вынув шар, мы кладём его обратно и только затем вынимаем следующий. А – событие, состоящее в том, что первым вынули белый шар, В – событие, состоящее в том, что первым вынули чёрный шар, а С – событие, состоящее в том, что вторым вынули белый шар; тогда

$$p(A)=\frac{n}{N};\quad p(B)=\frac{N-n}{N};\quad p(C/A)=\frac{n}{N};\quad p(C\,|\,B)=\frac{n}{N};$$

$$p(AC)=p(A)*p(C\,|\,A)=\frac{n*n}{N*N}=p(A)*p(C);$$

т.е. в этом случае события А и С независимы.

<u>Порядок выполнения работы:</u>

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

<u>Задание:</u>

Вариант 1

1. Устройство состоит из четырех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго, третьего и четвертого элементов соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что за время t безотказно будут работать только два элемента.
2. Самолет бомбит объект, занимающий площадь ^{100} м2. Зона бомбометания – эллипс с полуосями 200 м и 250 м. Определить вероятность прямого попадания в объект одной бомбой, если предполагать, что попадания бомб в любую точку зоны бомбометания равновозможны. Определить число промахов, если известно, что произведено 16 выстрелов, а частота попадания равна 0, 25.
3. Трое охотников одновременно выстрелили по лисе, которая была убита одной пулей. Определить вероятность того, что лиса убита третьим охотником, если вероятности попадания для них соответственно равны 0,2; 0,4; 0,6.
4. Автомобиль во время своего пути может остановиться по четырем причинам. Вероятности остановки по этим причинам соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3; 0,7. Найти вероятность хотя бы одной остановки по какой-либо из причин
5. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов
6. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что из четырех, вынутых по одной и расположенных в одну линию карточках можно будет прочесть слове трос.
7. В ящике 20 сигнальных ракет, из которых 6 красного цвета, остальные зеленого цвета. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу пяти ракет 3 окажутся красного цвета?

Вариант 2

1. Два студента условились встретиться в определенном месте между 13 и 15 часами дня. Пришедший первым ждет второго в течение 1/4 часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу

выбирает момент своего прихода (в промежутке от 12 до 13 часов)

2. Три стрелка производят по одному выстрелу в мишень с вероятностями попадания 0,7, 0,8 и 0,9. Какова вероятность того, что в мишени окажется не менее двух пробоин?
3. Определить вероятность того, что наудачу взятое двузначное число будет начинаться цифрой 6, а заканчиваться цифрой, не превышающей 3
4. Три стрелка производят по одному выстрелу в мишень с вероятностями попадания 0,7, 0,8 и 0,9. Какова вероятность того, что в мишени окажется хотя бы одна пробоина?
5. Внутрь круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата
6. На соревновании по метанию ядра приехали 2 спортсмена из Великобритании, 2 из Испании и 4 из Швейцарии. Порядок выступлений определяется жребием. Найдите вероятность того, что восьмым будет выступать спортсмен из Испании.
7. Два охотника соревнуются: кто подстрелит больше уток при двух выстрелах, тот и победит. Вероятность попадания первого охотника в утку равна 0,5, второго - 0,6. Какова вероятность того, что выиграет первый охотник? Считать, что при одном выстреле можно убить только одну утку.

Контрольные вопросы:

Запишите:

1) Теоремы сложения вероятностей.
2) Теоремы умножения вероятностей.
3) Формулу Бернулли.
4) Формулу полной вероятности.

Практическая работа №4

Раздел 1. Элементы теории вероятностей

Тема: Вычисление характеристик ДСВ.

Количество часов: 2

Цели: повторить определение случайной дискретной величины, закона распределения и характеристик ДСВ.

Задачи: закрепить умение вычислять характеристики ДСВ.

Теоретический материал

Случайная величина – величина, численное значение которой может меняться в зависимости от результата стохастического эксперимента.

Дискретной назовём случайную величину, возможные значения которой образуют конечное множество.

Законом распределения дискретной случайной величины называется правило, по которому каждому возможному значению x_i ставится в соответствие вероятность p_i, с которой случайная величина может принять это значение, причём $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Пример. Абитуриент сдаёт два вступительных экзамена: по математике и физике. Составить закон распределения случайной величины x, числа полученных пятёрок, если вероятность получения пятёрки по математике равна 0,8, а по физике – 0,6.

Решение. Обозначим A_1 и A_2 – события, заключающиеся в том, что и математика, и физика сданы на 5. Очевидно, возможные значения x есть 0, 1, 2, причём

$$p(x=0)=p(\overline{A_1}*\overline{A_2})=p(\overline{A_1})*p(\overline{A_2})=0.2*0.4=0.08;$$
$$p(x=1)=p(A_1*\overline{A_2}+\overline{A_1}*A_2)=0.8*0.4+0.2*0.6=0.44;$$
$$p(x=2)=p(A_1*A_2)=p(A_1)*p(A_2)=0.8*0.6=0.48$$

Полученные результаты сведём в таблицу:

x_i	0	1	2
p_i	0.08	0.44	0.48

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 0{,}08+0{,}44+0{,}48=1.$$

К важнейшим числовым характеристикам случайной величины относятся математическое ожидание и дисперсия.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины x называется произведение всех её возможных значений на их вероятности:

$$M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Свойства математического ожидания:

- математическое ожидание постоянной равно самой постоянной: M(C)=C

- постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания: M(Cx)=C*M(x)

- математическое ожидание суммы случайных величины равно сумме математических ожиданий слагаемых: $M(\sum_{i=1}^{n} x_i)=\sum_{i=1}^{n} M(x_i)$

- математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей: $M(x_1*x_2*\ldots*x_n)=M(x_1)*M(x_2)*\ldots M(x_n)$

Дисперсией случайной величины x называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$D(x)=M((x-M(x))^2)$ или $D(x)=M(x^2)-(M(x))^2$

Среднеквадратическое отклонение: $\sigma=\sqrt{D(x)}$

Свойства дисперсии:

- дисперсия постоянной равно нулю: D(C)=0

- постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат: $D(Cx)=C^2*D(x)$

- дисперсия суммы (разности) случайных величины равно сумме дисперсий слагаемых:

$$D(\sum_{i=1}^{n} x_i) = \sum_{i=1}^{n} D(x_i)$$

Свойства среднеквадратического отклонения:

- $\sigma(C) = 0$
- $\sigma(Cx) = |C| * \sigma(x)$

Пример 1. Закон распределения случайной величины задан таблично. Найти p(x<2), p(x>4), p(2≤x≤4), математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Решение. p(x<2)=0,1;

p(x>4)=0,1;

p(2≤x≤4)=0,2+0,4+0,2=0,8;

M(x)=1*0,1+2*0,2+3*0,4+4*0,2+5*0,1=3;

$D(x)=1^2*0,1+2^2*0,2+3^2*0,4+4^2*0,2+5^2*0,1-3^2=1,2$

$\sigma(x)=\sqrt{1,2}=1,095$

Пример 2. Фермер считает, что, принимая во внимание различные потери и колебания цен, он сможет выручить не более 60 центов за десяток яиц и потерять не более 20-ти центов за десяток и что вероятности возможных выигрышей и потерь таковы:

цена за 10 яиц	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
P	0,2	0,5	0,2	0,06	0,04

Как оценить ожидаемую прибыль от продажи десятка яиц; от ожидаемых им в этом году 100000 яиц?

Решение. x – случайная, прибыль от продажи 10 яиц.

M(x)=0,6*0,2+0,4*0,5+0,2*0,2+0*0,06-0,2*0,04=0,352

M(10000x)=10000*0,352=3520 $

$D(x)=0.6^2*0.2+0.4^2*0.5+0.2^2*0.2+0^2*0.06+(-0.2)^2*0.04-0.352^2=0.037696$

$\sigma(x)=\sqrt{0,037696}=0.194154578$

$D(10000x)=10000^2* D(x)=19415457.76$

$\sigma(x)=\sqrt{0{,}194154578}=0.441$

Порядок выполнения работы

1. Работу необходимо выполнять в тетради для практических занятий.
2. Работу оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить методические указания.
5. Все построения выполнять с использованием карандаша и чертежных инструментов.
6. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
7. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

Задание:

Вариант №1

1. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	2	4	5	6
P	0,3	0,1	0,4	0,2

2. В партии из шести деталей имеется четыре стандартные. Наудачу отобраны три детали. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных.

3. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,3. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.

4. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

X	3	4	5	6	7
P	p_1	0,15	p_3	0,25	0,35

Найти вероятности p_1 и p_3, если известно, что p_3 в 4 раза больше p_1.

5. Монету подбрасывают пять раз. Составить закон распределения случайной величины X – числа выпадения герба.

6. Производится три выстрела с вероятностями попадания в цель, равными $p_1=0{,}7$; $p_2=0{,}8$ и $p_3=0{,}6$. Найти математическое ожидание общего числа попаданий.

7. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	1	2	5
p	0,3	0,5	0,2

8. Случайная величина X может принимать два возможных значения: x_1 с вероятностью 0,3 и x_2 с вероятностью 0,7, причем x_1меньше x_2. Найти x_1 и x_2, зная, что M(X)=2,7 и D(X)=0,21.

9. Дискретная случайная величина X принимает 3 возможных значения: $x_1=6$ с вероятностью $p_1=0{,}5$, $x_2=4$ с вероятностью $p_2=0{,}3$ и x_3 с вероятностью p_3. Найти x_3 и p_3, зная, что M(X)=12.

Вариант №2

1. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	2	5	8	9
P	0,2	0,4	0,1	0,3

2. В денежной лотерее выпущено 500 билетов. Разыгрывается два выигрыша по1000 рублей, десять выигрышей по 100 рублей и двадцать – по 50 рублей. Найти закон распределения случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.
3. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди четырех отобранных.
4. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

X	2	5	8	11	14
P	p_1	0,15	p_3	0,45	0,15

Найти вероятности p_1 и p_3, если известно, что p_1 в 2 раза меньше p_3.
5. Банк выдает пять кредитов. Вероятность невозврата кредита равна 0,2 для каждого из заемщиков. Составить закон распределения случайной величины X – числа заемщиков, не вернувших кредит по окончании срока кредитования.
6. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.
7. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	2	3	5
p	0,1	0,6	0,3

8. Случайная величина X может принимать два возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью p_1 и $x_2 = 6$ с вероятностью p_2. Найти p_1 и p_2, зная, что M(X)=10,8 и D(X)=0,84.
9. Дискретная случайная величина X принимает 3 возможных значения: $x_1=8$ с вероятностью $p_1=0{,}2$, $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0{,}4$ и x_3 с вероятностью p_3. Найти x_3 и p_3, зная, что M(X)=20.

Контрольные вопросы:

1) Дайте определение дискретной случайной величины.
2) Дайте определение закона распределения дискретной случайной величины.

3) Дайте определение многоугольника распределения дискретной случайной величины.
4) Дайте определение функции распределения дискретной случайной величины.
5) Перечислите числовые характеристики ДСВ.
6) Перечислите свойства ДСВ.

Практическая работа №5

Раздел 2 Элементы математической статистики

Тема: Построение эмпирической функции распределения. Вычисление числовых характеристик выборки. Точечные и интервальные оценки.

Количество часов: 2

Цели: закрепить на практике построение функции распределения, вычисление оценок и характеристики выборок.

Задачи: уметь строить эмпирическую функцию распределения, вычислять числовые и точечные и интервальные оценки характеристики выборки.

.Теоретический материал

1. Генеральная совокупность и выборка.

В самых различных областях производственной и научной деятельности приходится проводить изучение (обследование, измерение, проверку) объектов, принадлежащих некоторой совокупности, по какому-либо признаку. При этом иногда приходится исследовать каждый объект совокупности, т. е. проводить сплошное исследование. Однако на практике гораздо чаще применяется выборочное исследование. При выборочном исследовании из всей совокупности отбирают некоторым образом определенное число объектов и только их подвергают исследованию. При этом совокупность всех исследуемых объектов называют *генеральной совокупностью.*

Выборкой называют совокупность случайно отобранных объектов из генеральной совокупности. Под *случайным отбором* при образовании выборки понимают такой отбор, при котором все объекты генеральной совокупности имеют одинаковую вероятность попасть в выборку.

Выборку можно проводить двумя основными способами. При первом способе объект извлекают из генеральной совокупности, исследуют и возвращают в исходную генеральную совокупность; затем снова извлекают некоторый объект, исследуют и возвращают в генеральную совокупность и т. д. Полученную таким образом выборку называют *повторной.* При втором способе после исследования объекты в генеральную совокупность не возвращают, и выборку в этом случае называют *бесповторной*.

Число объектов выборочной или генеральной совокупности называют *объемом выборки*. Например, если из 10 000 изделий для контроля отобрано 100 изделий, то объем генеральной совокупности N=10 000, а объем выборки n=100.

Для того чтобы по выборке можно было с определенной уверенностью судить о всей генеральной совокупности, выборка должна достаточно полно отражать изучаемое свойство объектов генеральной совокупности,т.е быть *репрезентативной*. Для этого необходимо, чтобы отбор объектов в выборку осуществлялся действительно случайно и чтобы изучаемому свойству была присуща статистическая устойчивость .

Пусть для изучения количественного (дискретного или непрерывного) признака X из генеральной совокупности извлечена выборка

$$x_1, x_2, x_3, \dots x_n , \qquad (1)$$

Разность между наибольшим значением числовой выборки и ее наименьшим значением называют *размахом выборки*.

Наблюдавшиеся значения x_i признака X называются *вариантами*, а неубывающую последовательность вариант называют *вариационным рядом.*

Пусть при исследовании некоторой генеральной совокупности получена числовая выборка объема n, причем значение x_1 встретилось в выборке n_1 раз, значение x_2 - n_2 раз, ..., значение x_k — n_k раз. Числа $n_1, n_2, \dots, n_k$ называют *частотами*, а их отношения к объему выборки, т. е. отношения $\frac{n_1}{n}, \frac{n_2}{n}, \dots \frac{n_k}{n}$ - *относительными частотами* соответствующих значений $x_1, x_2, x_3, \dots x_k$ выборки. Очевидно, что сумма частот равна объему выборки, а сумма относительных частот равна единице, т. е.

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = n \quad , \qquad \frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \dots + \frac{n_k}{n} = 1 \qquad (2)$$

Последовательность пар $(x_1 ; n_1); (x_2 ; n_2); (x_3 ; n_3); \dots (x_k ; n_k)$

называют *статистическим рядом.* Обычно статистический ряд записывают в виде таблицы:

x_1	x_2	x_3	…	x_i	…	x_k
n_1	n_2	n_3	…	n_i	…	n_k

(3)

Следующей таблицей задается так называемое *выборочное распределение*, в которой указываются все значения выборки и их соответствующие относительные частоты:

x_1	x_2	x_3	…	x_i	…	x_k
$\frac{n_1}{n}$	$\frac{n_2}{n}$	$\frac{n_3}{n}$	…	$\frac{n_i}{n}$	…	$\frac{n_k}{n}$

(4)

2. Графические изображения выборки. Полигон и гистограмма

Для наглядного представления о выборке часто используют различные графические изображения выборки. Простейшими изображениями выборки являются полигон и гистограмма. Пусть выборка задана вариационным рядом: $(x_1 ; n_1); (x_2 ; n_2); (x_3 ; n_3); \dots (x_k ; n_k)$. *Полигоном частот* называют ломаную с вершинами в указанных точках.

Полигоном относительных частот называют ломаную с вершинами в точках

$$(x_1\,;\ \frac{n_1}{n}\ );\ (x_2\,;\ \frac{n_2}{n}\ );\ (x_3\,;\ \frac{n_3}{n}\ );\ \ldots\ (x_k\,;\ \frac{n_k}{n}\ )$$

Ясно, что полигон относительных частот получается из полигона частот сжатием вдоль оси ординат в n раз, где n — объем выборки.

При большом объеме выборки более наглядное представление о ней дает *гистограмма*. Чтобы построить гистограмму частот, промежуток от наименьшего значения выборки до наибольшего ее значения разбивают на несколько частичных промежутков длины h. Для каждого частичного промежутка вычисляют сумму s_i частот значений выборки, попавших в этот промежуток. Значение x_i выборки, совпавшее с правым концом промежутка, относят к следующему промежутку (если x_i — не наибольшее значение выборки). Затем на каждом частичном промежутке, как на основании, строят прямоугольник с высотой $\frac{s_i}{h}$. Объединение всех построенных таким образом прямоугольников называют *гистограммой частот*. Итак, гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются частичные промежутки длины h, а высотами — отрезки длины $\frac{s_i}{h}$, где s_i — сумма частот значений выборки, попавших в i-й промежуток.

Из определения гистограммы ясно, что ее площадь равна объему выборки.

При решении задач в зависимости от объема выборки в большинстве случаев целесообразно брать 10-20 частичных промежутков.

Аналогично определяют и строят гистограмму относительных частот.

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются частичные промежутки длины h, а высотами — отрезки длины $\frac{w_i}{h}$, где w_i - суммы относительных частот значении выборки, попавших в i-й промежуток. Площадь гистограммы относительных частот, очевидно, равна единице.

3. Статистические характеристики выборки.

Пусть имеется некоторая выборка объема n: $x_1, x_2, x_3, \ldots\ x_n$. *Выброчной средней* называется среднее арифметическое значений выборки:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (5)$$

Если выборка задана статистическим рядом (3) или выборочным распределением (4), то формулу (5) естественно записать в следующем виде:

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_k x_k}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i \qquad (6)$$

Выборочной дисперсией называется среднее арифметическое квадратов отклонений значений выборки от выборочной средней.

$$S_0 = \frac{\left(x_1 - \bar{x}\right)^2 + \left(x_2 - \bar{x}\right)^2 + \ldots + \left(x_n - \bar{x}\right)^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \qquad (7)$$

Если выборка задана статистическим рядом (3) или выборочным распределением (4), то формулу (7) можно записать так:

$$S_0 = \frac{n_1\left(x_1 - \bar{x}\right)^2 + n_2\left(x_2 - \bar{x}\right)^2 + \ldots + n_k\left(x_k - \bar{x}\right)^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_k\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \qquad (8)$$

Формулы (7) и (8) можно преобразовать к более удобному для вычислений виду:

$$S_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2 = (\bar{x^2}) - (\bar{x})^2 \qquad (9)$$

т. е. выборочная дисперсия равна среднему квадратов значений выборки без квадрата выборочной средней.

Исправленной выборочной дисперсией называется

$$S = \frac{n}{n-1} S_0 \qquad (10)$$

где S_0 — выборочная дисперсия, n — объем выборки. Отсюда, используя формулу (7),

$$S = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

<u>Порядок выполнения работы</u>

1. Ознакомиться с дискретными и интервальными вариационными рядами.
2. Определить понятия частоты и относительной частоты.
3. Рассмотреть примеры решения задач на расчет числовых характеристик заданной выборки.
4. Научиться строить полигон и гистограмму.
5. Ответить на контрольные вопросы.
6. Получить и выполнить индивидуальные задания.

<u>Задание:</u>

Вариант 1

№ 1. Для выборки 7,-7,2,7,7,5,5,7,5,-7 определите: а) размах выборки; б) объём выборки; в) статистический ряд; г) выборочное распределение; д) полигон частот; е) выборочное среднее; ж) выборочную дисперсию; з) несмещенную выборочную дисперсию.

№ 2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки.

Номер интервала	Частичный интервал	Сумма частот
1	10-15	2
2	15-20	4
3	20-25	8
4	25-30	4
5	30-35	2

Замечание. Найти предварительно плотность частоты для каждого интервала.

Вариант 2.

№ 1. Для выборки 5,2,8,-2,5,-2,0,0,8,5 определите: а) размах выборки; б) объём выборки; в) статистический ряд; г) выборочное распределение; д) полигон частот; е) выборочное среднее; ж) выборочную дисперсию; з) несмещенную выборочную дисперсию.

№ 2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки.

Номер интервала	Частичный интервал	Сумма частот
1	2-5	6
2	5-8	7
3	8-11	4
4	11-14	5
5	14-17	3

Замечание. Найти предварительно плотность частоты для каждого интервала.

Контрольные вопросы:

1) Что изучает математическая статистика?
2) Какие числовые характеристики выборки существуют?

Критерии оценки за практическую работу

Оценка «5» ставится, если:

• работа выполнена полностью;

• в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;

• в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

• работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

• допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

• допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка «2» ставится, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Список источников и литературы

Основные источники:

1. Денежкина, И. Е., Теория вероятностей и математическая статистика. : учебное пособие / И. Е. Денежкина, С. Е. Степанов, И. И. Цыганок. — Москва : КноРус, 2022. — 302 с. — ISBN 978-5-406-09716-8. — URL: https://book.ru/book/943653. — Текст : электронный.
2. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика – М.: ОИЦ «Академия». 2018 г.
3. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач. –М.: ОИЦ «Академия». 2019 г.

Дополнительная:

1. Григорьев В. П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студентов учрежд. СПО/ В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - М.: Издательский центр Академия, 2019 г.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: учеб. для студ. образовательных учреждений сред. проф. образования / И. Д. Пехлецкий. - М.: Издательский центр «Академия», 2019.

Интернет-ресурсы:

1. https://www.matburo.ru/tv_video.php
2. https://urait.ru/book/lekcii-po-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistike-447116
3. http://www.yaklass.ru/ - образовательный Интернет-ресурс для школьников, учителей и родителей.
4. http://window.edu.ru/ - единое окно доступа к образовательным информационным ресурсам.
5. www.fcior.edu.ru - Информационные, тренировочные и контрольные материалы.
6. www.school-collection.edu.ru - Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов.