



ГБПОУ «Пермский политехнический колледж имени  
Н.Г. Славянова»

**Методические указания**  
для обучающихся по выполнению практических занятий  
по дисциплине

## **ОП.06 «Техническая механика»**

специальности

15.02.19 Сварочное производство

Рассмотрено на заседании  
предметной цикловой комиссии  
«Выпускающая студентов на  
государственную итоговую  
аттестацию»

протокол № 8

«8» февраля 2024г.

Председатель ЦПК

Вепрева С.В./

**Автор:**

преподаватель

ГБПОУ «ППК им. Н.Г. Славянова»

*Катаева Галина Валентиновна*



## Содержание практических работ

<b>1.</b>	<b>Пояснительная записка</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Содержание практических занятий</b>	
	<b>Раздел 1 Теоретическая механика</b>	
	Практическая работа №1 Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитически.	5
	Практическая работа №2 Решение задач на определение реакции связей графически	9
	Практическая работа №3 Решение задач на определение реакций в шарнирах балочных систем	12
	Практическая работа №4 Определение центра тяжести плоских фигур и сечений	16
	Практическая работа №5 Определение параметров движения точки для любого вида движения	21
	<b>Раздел2. Сопротивление материалов</b>	
	Практическая работа №6 Выполнение расчетно-графической работы на построение эпюр продольных сил, напряжений, перемещений сечений бруса	30
	Практическая работа №7 Расчёт на прочность и жесткость при растяжении и сжатии	32
	Практическая работа №8 Решение задач на определение главных центральных моментов инерции составных сечений, имеющих ось симметрии	33
	Практическая работа № 9 Решение задач на построение эпюр крутящих моментов, углов закручивания, расчет на прочность	35
	Практическая работа №10 Решение задач на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	37
	<b>Раздел3. Детали машин</b>	
	Практическая работа №11 Кинематический и силовой расчет привода	38
	Практическая работа №12 Расчет клиноремённой передачи.	44
	Практическая работа № 13 Расчёт резьбовых соединений на прочность	45
	Практическая работа №14 Подбор и расчет подшипников качения по динамической грузоподъемности и долговечности	47
<b>3</b>	<b>Список источников и литературы</b>	<b>48</b>

## Пояснительная записка

Методические указания по выполнению практических работ обучающимися по дисциплине *ОП.06 Техническая механика* предназначены для обучающихся по специальности *15.02.19 Сварочное производство (технический профиль профессионального образования)*

Цель методических указаний: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по дисциплине *ОП.06 Техническая механика*.

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят обучающимся закрепить теоретические знания, сформировать необходимые умения и навыки деятельности по специальности /профессии, направлены на формирование следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном языке

ПК 2.4. Оформлять конструкторскую, технологическую и техническую документацию в соответствии с нормативными документами.

ПК 2.5. Осуществлять разработку и оформление графических, вычислительных и проектных работ с использованием систем автоматизированного проектирования

ПК 4.4. Организовывать ремонт и техническое обслуживание сварочного оборудования.

В результате выполнения практических работ по дисциплине обучающиеся должны:

*уметь:*

- производить расчеты механических передач и простейших сборочных единиц;
- читать кинематические схемы;
- определять напряжения в конструктивных элементах;
- распознавать задачу или проблему в профессиональном и социальном контексте.

*знать:*

- основы технической механики;
- виды механизмов, их кинематические и динамические характеристики;
- методику расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации;
- основы расчета механических передач и простейших сборочных единиц общего назначения.
- методы работы в профессиональной и смежных сферах

Описание каждой практической работы содержит: раздел, тему, количество часов, цели работы, что должен знать и уметь обучающийся, теоретическую часть, порядок выполнения работы, контрольные вопросы, учебно-методическое и информационное обеспечение.

На выполнение практических работ по дисциплине отводится **30 часов**.

## **Общие правила выполнения практических заданий**

1. Каждый обучающийся после выполнения задания должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом.
2. Отчет о проделанной работе следует оформить в тетради для практических занятий.
3. Таблицы и рисунки следует выполнять с помощью чертежных инструментов.
4. В расчетах обязательно указывать буквенные обозначения величин и единицы измерения.
5. Расчет следует проводить с точностью до двух значащих цифр после запятой.
6. Если обучающийся не выполнил практическое задание. То он может выполнить его во внеурочное время, согласованное с преподавателем.

## Практическая работа № 1

### Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитически

Раздел 1: Теоретическая механика.

Тема 1.1: Статика

Количество часов: 2ч

Цель:

Закрепление теоретических знаний по теме.

Формирование практических умений и навыков определения равнодействующей системы сходящихся сил аналитическим способом.

Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК09, ПК2.4, ПК2.5.

**Обучающийся должен знать:**

- условия равновесия плоской системы сходящихся сил;
- аналитический способ определения равнодействующей силы;
- условия равновесия в аналитической форме.

**Обучающийся должен уметь:**

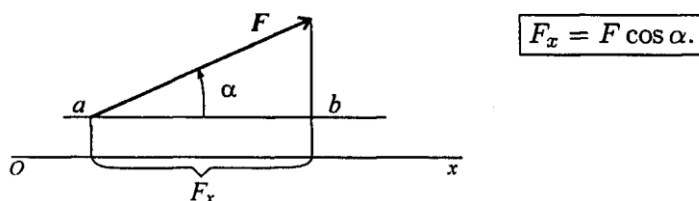
- определять равнодействующую аналитическим способом.

**Теоретическая часть:**

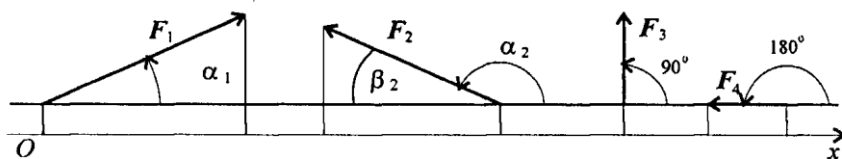
Система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется *сходящейся*.

#### *Аналитический способ определения равнодействующей*

Проекция силы на ось определяется отрезком оси, отсекаемым перпендикулярами, опущенными на ось из начала и конца вектора.



Величина проекции силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между вектором силы и положительным направлением оси. Таким образом, проекция имеет знак: *положительный* при одинаковом направлении вектора силы и оси и *отрицательный* при направлении в сторону отрицательной полуоси.

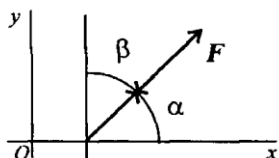


$$F_{1x} = F_1 \cos \alpha_1 > 0; \quad F_{2x} = F_2 \cos \alpha_2 = -F_2 \cos \beta_2;$$

$$\cos \alpha_2 = \cos(180^\circ - \beta_2) = -\cos \beta_2$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 0; \quad F_{4x} = F_4 \cos 180^\circ = -F_4.$$

Проекция силы на две взаимно перпендикулярные оси:

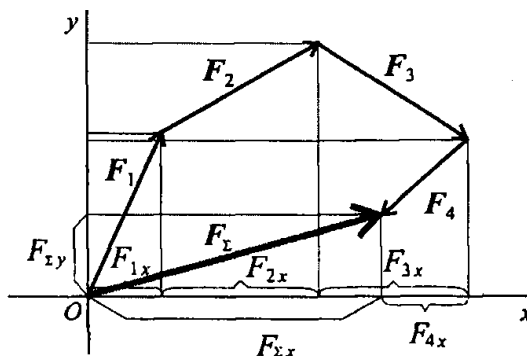
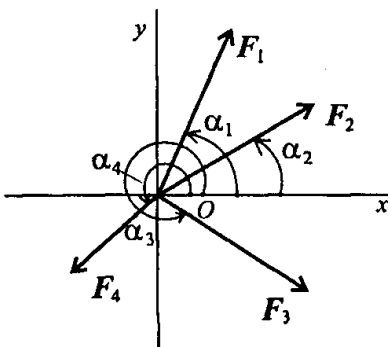


$$F_x = F \cos \alpha > 0;$$

$$F_y = F \cos \beta = F \sin \alpha > 0.$$

Порядок определения равнодействующей:

1. Величина равнодействующей равна векторной (геометрической) сумме векторов системы сил. Определяем равнодействующую геометрическим способом.
2. Выбираем систему координат, определяем проекции всех заданных векторов на оси.
3. Складываем проекции всех векторов на оси  $x$  и  $y$ .



$$F_{\Sigma x} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}; \quad F_{\Sigma y} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y};$$

$$F_{\Sigma x} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{\Sigma y} = \sum_0^n F_{ky}.$$

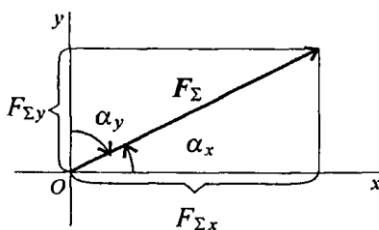
4. Модуль (величину) равнодействующей определяем по известным проекциям:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}.$$

5. Направление вектора равнодействующей определяем по величинам и знакам косинусов углов, образуемых равнодействующей с осями координат:

$$\cos \alpha_x = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}};$$

$$\cos \alpha_y = \frac{F_{\Sigma y}}{F_{\Sigma}}.$$



Условия равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме:

Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекций всех сил системы на любую ось равна нулю.

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0. \end{cases}$$

**Пример решения задач**

Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами. Дано:  $F_1 = 10$  кН;  $F_2 = 15$  кН;  $F_3 = 12$  кН;  $F_4 = 8$  кН;  $F_5 = 8$  кН;  $\alpha_1 = 30^\circ$ ;  $\alpha_2 = 60^\circ$ ;  $\alpha_3 = 120^\circ$ ;  $\alpha_4 = 180^\circ$ ;  $\alpha_5 = 300^\circ$ .

*Решение.*

1. Определяем равнодействующую аналитическим способом (схема *a*).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8,66 \text{ кН}; \\ F_{2x} = 15 \cdot \cos 60^\circ = 7,5 \text{ кН}; \\ F_{3x} = -12 \cdot \cos 60^\circ = -6 \text{ кН}; \\ F_{4x} = -8 \text{ кН}; \\ F_{5x} = 8 \cdot \cos 60^\circ = 4 \text{ кН}; \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{\Sigma x} = \sum F_{kx}; \\ F_{\Sigma x} = 6,16 \text{ кН}. \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1y} = 10 \cdot \cos 60^\circ = 5 \text{ кН}; \\ F_{2y} = 15 \cdot \cos 30^\circ = 12,99 \text{ кН}; \\ F_{3y} = 12 \cdot \cos 30^\circ = 10,4 \text{ кН}; \\ F_{4y} = 0; \\ F_{5y} = -8 \cdot \cos 30^\circ = -6,9 \text{ кН}; \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{\Sigma y} = \sum F_{ky}; \\ F_{\Sigma y} = 21,49 \text{ кН}. \end{array}$$

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}; \quad F_{\Sigma} = \sqrt{6,16^2 + 21,49^2} = 22,36 \text{ кН};$$

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}}; \quad \cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{6,16}{22,36} = 0,2755; \quad \alpha_{\Sigma x} = 74^\circ.$$

**Задание:** Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим способом, используя схему расположения сил согласно своего варианта

№ варианта	Заданные силы, кН			Углы между силой и осью <i>x</i> , град.		
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
1.	4	8	2	45	125	270
2.	1	6	9	60	110	180
3.	3	4	6	110	20	270
4.	9	1	4	20	210	90
5.	8	7	9	60	145	0
6.	4	3	6	45	90	245
7.	2	1	9	150	240	270
8.	3	4	5	60	300	90
9.	1	7	9	120	60	0
10.	7	8	2	150	45	180
11.	2	8	8	120	30	270
12.	3	2	3	135	80	180
13.	1	9	4	140	200	270
14.	7	7	9	20	300	180
15.	2	1	3	45	160	180

16.	3	5	1	180	45	95
17.	4	3	6	210	30	0
18.	5	4	9	80	180	205
19.	8	7	4	75	200	90
20.	7	5	8	60	190	0
21.	6	7	6	40	225	270
22.	5	6	8	20	130	180
23.	4	7	9	45	120	0
24.	3	9	6	135	180	75
25.	2	6	8	300	140	270
26.	8	2	3	270	160	75
27.	1	4	4	90	110	85
28.	3	7	8	30	210	90
29.	4	5	7	145	60	180
30.	5	7	2	120	20	0
31.	3	6	8	60	150	180
32.	2	9	5	330	180	45

**Форма контроля:** оценка расчетно-графической работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение равнодействующей аналитическим способом	0 - 3
2	Четкость и последовательность изложения решения задачи	0 - 3
3	Соблюдение требований к оформлению работы	0 - 3
<b>Итого</b>		<b>0 - 9</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 3 баллов.

0 – критерий не представлен

1- представлен нечетко и неубедительно;

2 - критерий представлен достаточно убедительно;

3 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 9 баллов):*

9 баллов – *отлично;*

7-8 баллов – *хорошо;*

5-6 баллов – *удовлетворительно;*

менее 5 баллов – *неудовлетворительно.*



## Практическая работа № 2

### Решение задач на определение реакций связей графически

**Раздел 1:** Теоретическая механика.

**Тема 1.1:** Статика.

**Количество часов:** 2ч

**Цель:**

1. Закрепление теоретических знаний по теме.
2. Формирование практических умений и навыков определения равнодействующей системы сходящихся сил графическим способом.
3. Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.

**Обучающийся должен знать:**

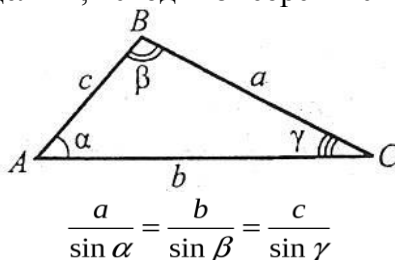
- условия равновесия плоской системы сходящихся сил;
- графический способ определения равнодействующей силы;
- условия равновесия в графической форме.

**Обучающийся должен уметь:**

- определять равнодействующую силу графическим способом.

#### Последовательность решения задачи

1. Выбрать тело (точку), равновесие которого следует рассматривать.
2. Освободить тело от связей и изобразить действующие на него силы и реакции отброшенных связей.
3. Построить замкнутый силовой треугольник, соблюдая параллельность переноса сил и реакций.
4. Расставить углы в силовом треугольнике, согласно исходным данным и схеме задачи.
5. Реакции связей можно определить, исходя из теоремы синусов:



6. Проверить правильность полученных результатов можно используя любой из следующих способов:

1 способ - графический - в выбранном масштабе построить замкнутый силовой многоугольник.

2 способ - аналитический - решить уравнения равновесия, используя условия равновесия системы сходящихся сил на плоскости.

$$\begin{aligned}\sum F_{ix} &= 0; \\ \sum F_{iy} &= 0\end{aligned}$$

**Пример.** Определить реакции связей, удерживающих груз  $G=100$  кН.

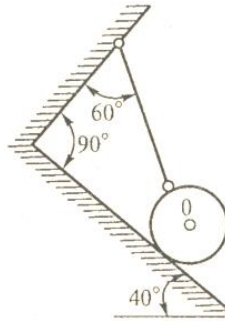


Рис. 1 - Схема задачи

**Решение:**

1. Рассматриваем равновесие тела (шара)(рис. 1).

2. Освобождаем тело от связей и изображаем действующие на него силы и реакции отброшенных связей (рис. 2).

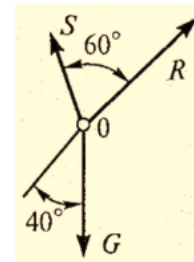
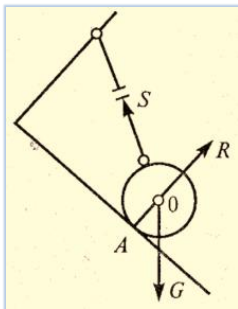


Рис. 2 - Реакции связей

3. Строим замкнутый силовой треугольник, соблюдая параллельность переноса сил и реакций и расставляем углы (рис. 3).



Рис. 3 - Силовой треугольник

4. Определяем реакции связей, исходя из теоремы синусов:

$$\frac{R}{\sin 20^\circ} = \frac{G}{\sin 120^\circ} = \frac{S}{\sin 40^\circ}$$

$$R = G \cdot \sin 20^\circ / \sin 120^\circ = 100 \cdot 0,342 / 0,866 = 39,49 \text{ кН}$$

$$S = G \cdot \sin 40^\circ / \sin 120^\circ = 100 \cdot 0,643 / 0,866 = 74,22 \text{ кН}$$

5. Проверим правильность полученных результатов используя аналитический метод.

Для этого освобождаем тело от связей, изображаем действующие на него активные силы и реакции связей, выбираем систему координат, совместив ось  $X$  по направлению с реакцией  $R$  (рис. 4) и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на тело:

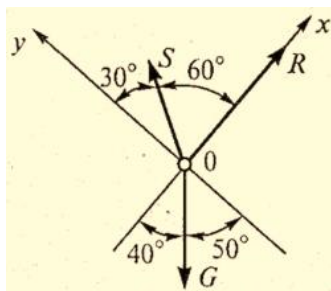


Рис. 4 - Выбор систем координат

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0; R + S \cdot \cos 60^\circ - G \cdot \cos 40^\circ = 0 \quad (1) \\ \sum F_{iy} = 0; S \cdot \cos 30^\circ - G \cdot \cos 50^\circ = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

6. Определяем реакции связей  $R$  и  $S$  решая уравнения.

Из уравнения ( 2 ) получаем

$$S = G \cdot \cos 50^\circ / \cos 30^\circ = 100 \cdot 0,643 / 0,866 = 74,22 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение  $S$  в уравнение ( 1 ), получаем

$$R = G \cdot \cos 40^\circ - S \cdot \cos 60^\circ = 100 \cdot 0,766 - 74,22 \cdot 0,5 = 39,49 \text{ кН}$$

**Задача 1.** Определить реакции стержней, удерживающих груз весом  $G$ . Массой стержней пренебречь. Схему своего варианта смотри на рисунке 5. Числовые данные своего варианта взять из таблицы 1.

Номер схемы соответствует номеру студента в списке журнала

$G=10\text{кН}$ - для четных вариантов

$G=20\text{кН}$ - для нечетных вариантов

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение равнодействующей геометрическим способом	0 - 3
4	Четкость и последовательность изложения решения задачи	0 - 3
5	Соблюдение требований к оформлению работы	0 - 3
<b>Итого</b>		<b>0 - 9</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 3 баллов.

0 – критерий не представлен

1- представлен нечетко и неубедительно;

2 - критерий представлен недостаточно убедительно;

3 - степень представленности критерия высока или очень высока.

Оценивание решения задач (максимально 10 баллов):

9 баллов – *отлично*;

7-8 баллов – *хорошо*;

6-5 баллов – *удовлетворительно*;

менее 5 баллов – *неудовлетворительно*.

## Практическая работа № 3

### Решение задач на определение реакций в шарнирах балочных систем.

Раздел 1: Теоретическая механика.

Тема 1.1: Статика

Количество часов: 2ч

Цель:

- 1 Закрепление теоретических знаний по теме.
- 2 Формирование практических умений и навыков определения реакций опор балок, работающих под действием сосредоточенных сил, распределенной нагрузки и моментов.

**4 Обучающийся должен знать:**

- виды нагрузок, действующих на балки;
- разновидности опор балок;
- условия равновесия произвольной плоской системы сил.

**Обучающийся должен уметь:**

- определять реакции опор в шарнирах балочных систем из условий равновесия.

**Теоретическая часть:**

**Некоторые типы связей и их реакции**

Тело, перемещение которого ограничено в пространстве, называется *несвободным*. Все то, что ограничивает перемещение этого тела, есть *связь*. Сила, с которой данная связь действует на тело, называется *силой реакции* (противодействия) *связи*, или просто *реакцией связи*. Она направлена в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

**Шарнирно-подвижная опора**

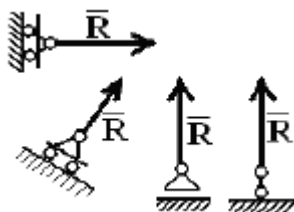


Рис. 1

Реакция такой опоры  $R$  всегда перпендикулярна плоскости опирания. На расчетных схемах она изображается, как показано на рис.1.

**Цилиндрический шарнир или шарнирно-неподвижная опора**



Рис.2

Реакция  $RA$  такой опоры может иметь любое направление в плоскости, поэтому ее раскладывают на две составляющие  $X_A$ ,  $Y_A$  (рис. 2).

**Уравнения равновесия**

Если на твердое тело действует **плоская система сходящихся сил** (линии действия этих сил должны сходиться в одной точке), то условие равновесия можно записать в виде алгебраической суммы проекций всех сил на координатные оси  $X$  и  $Y$ :

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0.$$

Когда твердое тело находится под действием **произвольной плоской системы сил**, для его равновесия необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил на координатные оси  $X$  и  $Y$  равнялась нулю, а также и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно произвольной точки равнялась нулю.

Три формы уравнений равновесия:

Три формы уравнений равновесия:

первая форма	вторая форма	третья форма
$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0;$	$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0;$	$\sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0;$
$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0;$	$\sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0;$	$\sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0;$
$\sum_{k=1}^n M_O(\bar{F}_k) = 0;$	$\sum_{k=1}^n M_O(\bar{F}_k) = 0;$	$\sum_{k=1}^n M_O(\bar{F}_k) = 0.$

Для второй формы есть ограничение – ось  $X$  не должна быть перпендикулярна линии  $OA$ . В третьей форме уравнений равновесия точки  $A$ ,  $B$  и  $O$  не должны лежать на одной прямой.

### **План решения задач по определению опорных реакций**

При решении такого типа задач план решения удобнее записать в более детализированном виде:

1. Выделить твердое тело, равновесие которого будем рассматривать для отыскания неизвестных сил (т.е. объект равновесия), выбрав при этом систему координат.
2. Изобразить активные силы.
3. Отбросить связи и приложить к телу соответствующие реакции.
4. Определить, какая система сил действует на тело и убедиться в том, что данная задача является статически определимой, т.е. количество неизвестных опорных реакций не превышает количества независимых уравнений статики, которые могут быть для нее записаны.
5. Для выбранной системы координат выбрать моментные точки и составить уравнения равновесия в одной из форм.
6. Решить полученную систему уравнений, т.е. определить неизвестные реакции связей.
7. Провести проверку полученных результатов и их анализ. При решении стоит стремиться к написанию более простых уравнений с наименьшим числом неизвестных. Для этого следует:
  - а) оси координат направлять так, чтобы некоторые из неизвестных сил оказывались перпендикулярными к одной из выбранных осей;
  - б) за моментную точку стоит выбирать ту, в которой пересекаются линии действия нескольких сил. Тогда моменты этих сил относительно данной точки будут равны нулю и не войдут в уравнение моментов;

в) в случае, если сила расположена не перпендикулярно к элементу конструкции, её необходимо раскладывать на две составляющие, параллельные координатным осям.

Стоит всегда помнить, что распределенную нагрузку необходимо заменять её равнодействующей.

**Пример 1.** Нахождение опорных реакций простых и составных балок при действии заданных сил.

Определить реакции опор балки ДВ, находящейся под действием заданной системы сил, если  $P = 10 \text{ кН}$ ,  $q = 3 \text{ кН/м}$  и  $M = 12 \text{ кН} \times \text{м}$  (рис. 2.8). Необходимые размеры указаны на рисунке.

Дано:  $P = 10 \text{ кН}$ ,  $q = 3 \text{ кН/м}$  и  $M = 12 \text{ кН} \times \text{м}$ .

Определить: реакции опор.

Решение.

1. Будем рассматривать равновесие балки ДВ.

Выберем систему координат: ось  $X$  – вдоль балки вправо, а ось  $Y$  – вверх по вертикали.

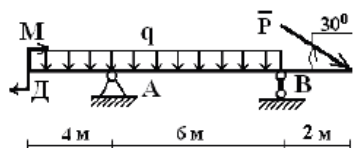


Рис.4

2. На балку действуют следующие активные силы: сосредоточенная сила  $P$ , приложенная в точке С под углом  $30^\circ$  к балке, распределенная нагрузка  $q$  на участке ДВ и пара сил с моментом равным  $M$  (рис. 5). Разложим сосредоточенную силу  $P$  на две ее составляющие  $P_x$  и  $P_y$ , где  $P_x = P \times \cos 30^\circ$  и  $P_y = P \times \sin 30^\circ$ .

Распределенную нагрузку заменим ее равнодействующей:

$$R = q \times DV = 3 \times 10 = 30 \text{ кН (рис.5)}$$

3. Применив аксиому связей, отбросим опоры и компенсируем их действие реакциями.

Шарнирно - неподвижную опору А заменяем двумя взаимно перпендикулярными составляющими  $X_A$  и  $Y_A$ , а невесомый стержень В – на реакцию  $R_B$ , направленную вдоль невесомого стержня (рис.6).

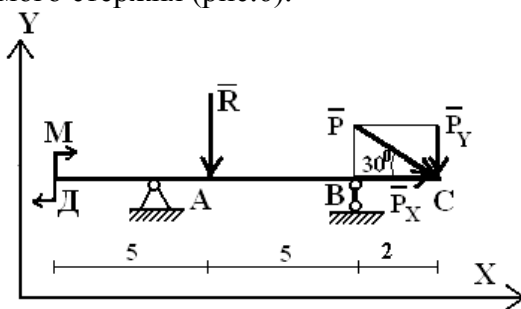


Рис. 5. Балка с приложенными к ней активными силами

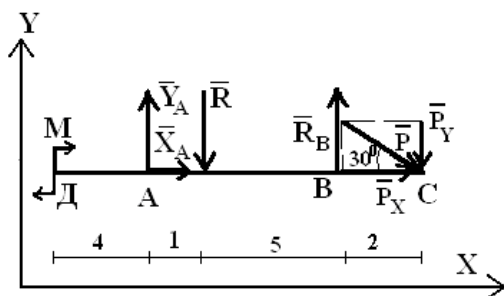


Рис. 6. Свободная балка с приложенными к ней активными силами и реакциями связей

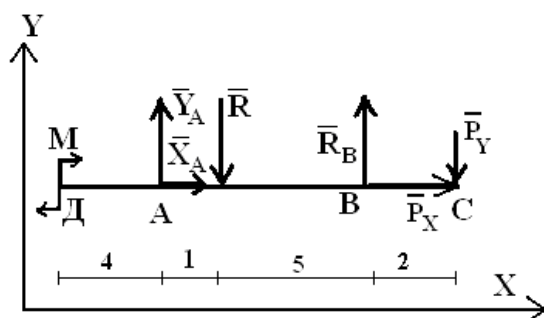


Рис. 7. Расчетная схема

4. Теперь балка свободна и находится в равновесии под действием произвольной плоской системы сил  $X_A, Y_A, R, R_B, P_X, P_Y$  и пары с моментом  $M$  (рис. 7). Неизвестными являются три силы  $X_A, Y_A, R_B$ , и три независимых уравнения равновесия можно составить. Следовательно, задача является статически определимой.

5. Составляем уравнения равновесия в проекциях на оси  $X$  и  $Y$  и уравнение моментов. Выбираем точку  $A$  в качестве моментной.

$$\sum_{k=1}^3 F_{kX} = 0 \Rightarrow X_A + P \cdot \cos 30^\circ = 0,$$

$$\sum_{k=1}^4 F_{kY} = 0 \Rightarrow Y_A - R + R_B - P \cdot \cos 60^\circ = 0,$$

$$\sum_{k=1}^4 M_A(\bar{F}_k) = 0 \Rightarrow -M - R \cdot 1 + R_B \cdot 6 - P \cdot \cos 60^\circ \cdot 8 = 0.$$

6. Из уравнений находим:

$$X_A = -P \cdot \cos 30^\circ,$$

$$R_B = \frac{M + R \cdot 1 + P \cdot \cos 60^\circ \cdot 8}{6},$$

$$Y_A = R - R_B + P \cdot \cos 60^\circ.$$

Подставляя значения, получим

$$X_A = -10 \cdot 0.866 = -8.66 \text{ кН},$$

$$R_B = \frac{12 + 30 \cdot 1 + 10 \cdot 0.5 \cdot 8}{6} \approx 13.667 \text{ кН},$$

$$Y_A = 30 - 13.67 + 10 \cdot 0.5 \approx 21.333 \text{ кН}.$$

7. Проведем проверку правильности составленных уравнений, для этого составим уравнение моментов относительно другой моментной точки, например  $B$ .

$$\sum_{k=1}^4 M_B(\bar{F}_k) = 0 \Rightarrow -M - Y_A \cdot 6 + R \cdot 5 - P \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 = 0,$$

$$-12 - 21.333 \cdot 6 + 30 \cdot 5 - 10 \cdot 0.5 \cdot 2 = 0,$$

$$0.002 \approx 0.$$

Ошибка в  $0.002 \text{ кН} \times \text{м}$  – следствие округления результатов. Значит, уравнения составлены верно, и реакции опор найдены правильно. Знак « $\leftarrow$ » у реакции  $X_A$  указывает на то, что фактическое направление вектора  $X_A$  противоположно направлению, выбранному нами.

**Ответ :**  $X_A = -8.66 \text{ кН}$ ,  $Y_A = 21.333 \text{ кН}$ ,  $R_B = 13.667 \text{ кН}$ .

**Задание.**

.Определить реакции опор двухопорной балки.

Каждому студенту выдается вариант задания для самостоятельного решения. Выбор варианта задания производится в соответствии с номером студента в журнале группы:

**Форма контроля:** оценка расчетно-графической работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение реакций опор двухопорной балки	<b>0 - 3</b>
3	Проверка решений	<b>0 - 3</b>
4	Четкость и последовательность изложения решения задачи	<b>0 - 2</b>
5	Соблюдение требований к оформлению работы	<b>0 - 2</b>
<b>Итого</b>		<b>0 - 10</b>

Каждый критерий оценивается от 0 3 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 10 баллов):*

9-10 баллов – *отлично*;

7-8 баллов – *хорошо*;

5-6 баллов – *удовлетворительно*;

менее 5 баллов – *неудовлетворительно*.

## Практическая работа № 4

### Определение центра тяжести плоских фигур

**Раздел 1:** Теоретическая механика.

**Тема 1.1:** Статика.

**Количество часов:** 2ч

**Цель:**

1. Закрепление теоретических знаний по теме.
2. Формирование умения определять центр тяжести плоской фигуры аналитическим способом и выполнять проверку решения опытным путем.
- 4 Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.
3. **Обучающийся должен знать:**

- методику определения центра тяжести плоских фигур и составных сечений.

**Обучающийся должен уметь:**

- определять центр тяжести плоских сечений, выполнять проверку решений опытным путем.



## Методические указания по выполнению практической работы

### Основные положения темы

Любое тело или систему тел можно рассматривать как состоящие из большого числа малых частиц, на которые действуют силы тяжести, направленные к центру Земли. Так как размеры тел, с которыми приходится иметь дело в технике, ничтожно малы по сравнению с размерами Земли ( $R_{\text{Земли}} - 6371 \text{ км}$ ), то можно считать, что приложенные к частицам силы тяжести параллельны и вертикальны. Они образуют систему параллельных сил. Равнодействующую таких сил находят как их алгебраическую сумму, а прикладывают ее к точке называемой **центром тяжести тела**.

Так как центр параллельных сил не зависит от направления сил, то центр тяжести тела не меняет своего положения, как бы мы не повернули тело. Координаты центра тяжести твердого тела можно определить как координаты центра любых параллельных сил с помощью теоремы Вариньона о моменте равнодействующей относительно любого центра:

$$M_O(\bar{R}) = \sum_{k=1}^n M_O(\bar{P}_k).$$

Если силы параллельны оси  $OY$ :  $R x_C = P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_n x_n$ ,  
тогда

$$x_C = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_n x_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum_{k=1}^n P_k x_k}{\sum_{k=1}^n P_k}.$$

Поворачивая систему сил на  $90^\circ$  в плоскости  $XOY$  (силы становятся параллельными оси  $OX$ ), аналогичным образом находим

$$y_C = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum_{k=1}^n P_k y_k}{\sum_{k=1}^n P_k}.$$

Если система параллельных сил пространственная, то третья координата центра параллельных сил будет

$$z_C = \frac{P_1 z_1 + P_2 z_2 + \dots + P_n z_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum_{k=1}^n P_k z_k}{\sum_{k=1}^n P_k}.$$

Приведенные выше формулы позволяют вычислять координаты центра тяжести тела, считая  $P_k$  силами тяжести отдельных частей тела, а  $x_k$ ,  $y_k$ ,  $z_k$  – координатами их центров тяжести. Суммы произведений сил на координаты точек их приложения, стоящие в числителях этих формул, называют **статическими моментами**.

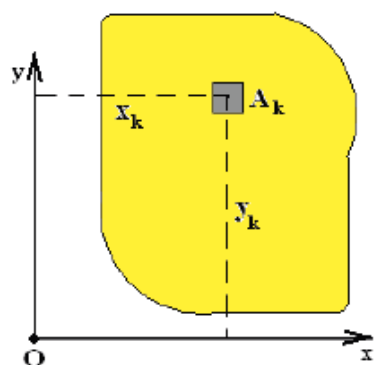
Центр тяжести симметричного тела лежит в плоскости симметрии. Например, центр тяжести отрезка прямой линии находится в его середине, центр тяжести плоской однородной симметричной фигуры – на оси симметрии.

В однородном теле силы тяжести отдельных его частей пропорциональны их объемам, поэтому в формулах можно  $P_k$  заменить объемами  $V_k$  соответствующих частей:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n V_k x_k}{V}, \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n V_k y_k}{V}, \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n V_k z_k}{V}, \quad \text{где } V = \sum_{k=1}^n V_k.$$

Для фигуры (рис. 1), состоящей из однородных плоских пластин с площадями  $A_k$ , центр масс определяется формулами

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k x_k}{A} \quad \text{и} \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k y_k}{A},$$



где  $A = \sum_{k=1}^n A_k$ . Суммы произведений площадей на координаты точек их приложения, стоящие в числителях этих формул, называют **статическими моментами площадей**:

$$S_x = \sum_{k=1}^n A_k \cdot y_k, \quad S_y = \sum_{k=1}^n A_k \cdot x_k.$$

Рис. 1

### Способы определения координат центров тяжести простейших плоских тел

а) Если однородное тело имеет ось или центр симметрии, то его центр тяжести лежит соответственно на оси симметрии или в центре симметрии (**метод симметрии**).

Допустим, однородное тело имеет ось симметрии (рис. 2, а). Тогда оно разбивается на две части, площади которых  $A_1$  и  $A_2$  равны друг другу, а центры тяжести находятся на одинаковых расстояниях от оси симметрии.

Следовательно, центр тяжести тела как точка будет действительно лежать на оси симметрии. Если тело имеет две оси симметрии, то центр масс будет лежать на пересечении осей (рис. 2, б).

В случаях, когда тело имеет центр симметрии, то центр тяжести и центр симметрии совпадают (рис. 2, в).

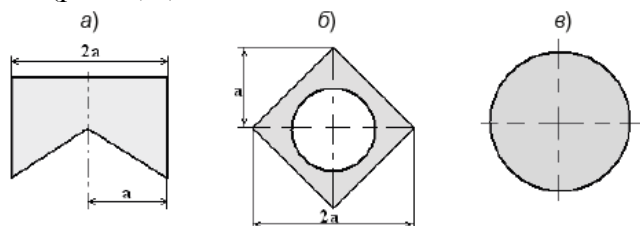


Рис. 2

б) Если тело можно разбить на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести известно, то координаты центра тяжести всего тела можно

непосредственно вычислить по вышеприведенным формулам. Число слагаемых при этом в каждой из сумм будет равно числу частей, на которые разбито тело (**метод разбиения**).

в) Если тело имеет вырезы (отверстия), причем центры тяжести тела без выреза и вырезанной части известны, то можно вычислить положение центра тяжести фигуры по вышеприведенным формулам, учитывая площадь выреза с отрицательным знаком (**метод дополнения**).

**Пример 1.** Определить координаты центра тяжести однородной пластины, имеющей размеры, указанные на рисунке 3.

*Дано:* зигзагообразная пластина размерами  $10 \times 10$  см и толщиной 2 см.

*Определить:*  $x_c$ ,  $y_c$ .

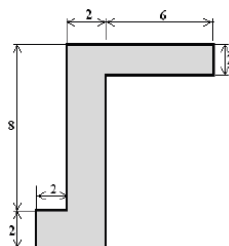


Рис. 3

*Решение.*

1. Разбиваем пластину на три прямоугольника.

2. Укажем на рис. 4 центры тяжести каждого прямоугольника (на пересечении его диагоналей). Вычислим их площади:

$$A_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ см},$$

$$A_2 = 2 \times 10 = 20 \text{ см},$$

$$A_3 = 6 \times 2 = 12 \text{ см}.$$

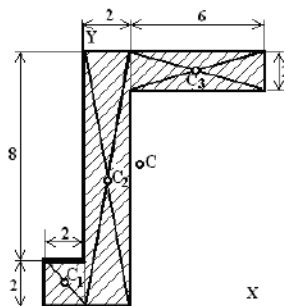


Рис.4

3. Проводим ось  $X$  вдоль нижнего края пластины, ось  $Y$  – вдоль длинной стороны левого края. Запишем координаты центров масс прямоугольников в виде таблицы:

№	1	2	3
$x_k$	-1	1	5
$y_k$	1	5	9
$A_k$	4	20	12

4. Определим координаты центра тяжести всего сечения. Площадь всей пластины  $A = A_1 + A_2 + A_3 = 36$  см.

Определим координаты центра тяжести фигуры:

$$x_C = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A} = \frac{4 \cdot (-1) + 20 \cdot 1 + 12 \cdot 5}{36} = 2\frac{1}{9} \text{ см},$$

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A} = \frac{4 \cdot 1 + 20 \cdot 5 + 12 \cdot 9}{36} = 5\frac{8}{9} \text{ см}.$$

5. Укажем центр тяжести сечения на рис. 5 и обозначим его буквой  $C$ . Точка оказалась вне пластины.

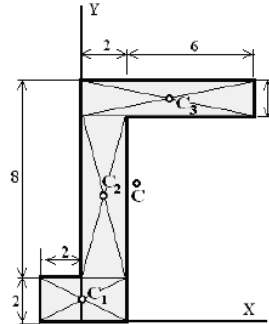


Рис. 5

6. Выполним проверку. Убедимся, что центр масс не меняет своего положения при другом способе разбиения (рис. 5), разделив фигуру на другие части, площади которых

$$A_1 = 4 \times 2 = 8 \text{ см},$$

$$A_2 = 2 \times 6 = 12 \text{ см},$$

$$A_3 = 8 \times 2 = 16 \text{ см}.$$

Координаты их центров масс: у первого прямоугольника (0; 1), у второго – (1; 5), у третьего – (4; 9). Формулы для определения координат центра масс фигуры не изменяются:

Получили те же самые координаты.

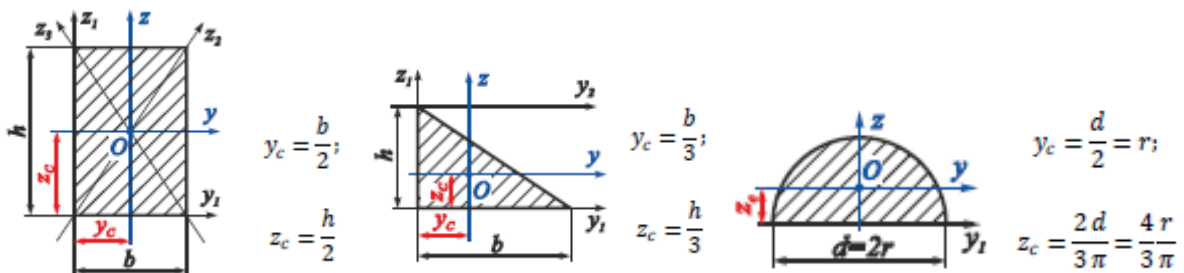
$$x_C = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A} = \frac{8 \cdot 0 + 12 \cdot 1 + 16 \cdot 4}{36} = 2\frac{1}{9} \text{ см},$$

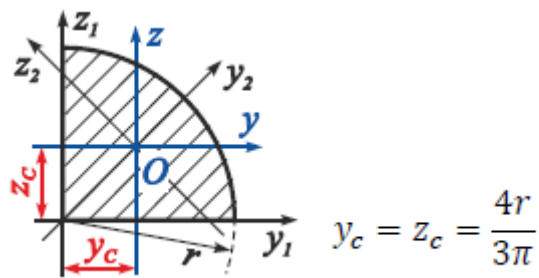
$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A} = \frac{8 \cdot 1 + 12 \cdot 5 + 16 \cdot 9}{36} = 5\frac{8}{9} \text{ см}.$$

Получили те же самые координаты.

Ответ:  $x_C = 2\frac{1}{9} \text{ см}$ ,  $y_C = 5\frac{8}{9} \text{ см}$ .

При решении задачи учесть координаты центров тяжести простейших фигур:





План работы:

1. Разбиваем сечение на простые фигуры и обозначаем их цифрами.
2. Указываем центры тяжести каждого профиля (фигуры) и обозначаем их  $C_1, C_2 \dots C_n$ .
3. Выбираем систему координатных осей. Если все сечения имеют одну ось симметрии, то координатную ось совмещаем с ней. Вторую ось координат направляем перпендикулярно первой, чтобы она пересекала центры тяжести одной или нескольких фигур, при этом начало координат может совпадать с центром тяжести одной из фигур. Либо вторую ось координат можно направить через нижнюю (крайнюю) точку сечения. Также можно расположить оси и точку их пересечения, совместив их с нижней (крайней) точкой сечения.
4. Составляем формулы для определения координат центра тяжести сечения.
5. Указываем положение центра тяжести сложного сечения на рисунке, придерживаясь масштаба.
6. Выполняем проверку правильности решения, для чего можно либо изменить положение координатных осей, либо изменить разбиение фигуры.
7. Выполняем проверку решения опытным путем. Для этого необходимо вырезать в масштабе из картона фигуру, подвесить ее последовательно за две крайние точки и прочертить вертикальные прямые линии. На пересечении прямых линий находится центр тяжести плоской фигуры. Сопоставить результат с решением.

## Практическая работа № 5

### Определение параметров движения точки для любого вида движения

**Раздел 1:** Теоретическая механика.

**Тема 1.2:** Кинематика

**Количество часов:** 1ч

**Цель:** формирование общих и профессиональных компетенций ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.

освоение студентом следующих вопросов темы:

1. Основные характеристики движений: траектория, путь, время, скорость, ускорение.
2. Векторный способ задания движения точки.
3. Координатный способ задания движения точки.
4. Естественный способ задания движения точки.
5. Вектор скорости точки.
6. Вектор ускорения точки.
7. Скорость и ускорение точки при координатном способе задания движения.
8. Скорость и ускорение точки при естественном способе задания движения.
9. Ускорение полное, нормальное и касательное.

**Задачи:** Уметь определять характеристики движения точки.

**Задание:**

1. Внимательно прочитать конспекты лекции и параграфы предлагаемой литературы, дополнить конспекты собственными выводами по рассматриваемым вопросам темы.

Для закрепления материала студенту следует ответить на *контрольные вопросы*:

1. Чему полное, нормальное и касательное ускорение при прямолинейном движении?
  2. Что характеризует касательное ускорение?
  3. Чему полное, нормальное и касательное ускорение при криволинейном движении?
  4. Запишите уравнение равномерного криволинейного движения.
  5. Что характеризует нормальное ускорение?
  6. Чему равно полное, нормальное и касательное ускорение при равномерном прямолинейном движении?
  7. Чему равно полное, нормальное и касательное ускорение при равнопеременном криволинейном движении?
2. Ознакомиться с *примером решения задачи по определению основных характеристик движения точки*, заданного координатами  $x = f_1(t)$ ;  $y = f_2(t)$  (координатный способ задания движения).

### Основные теоретические положения:

Задача относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются касательное и нормальное ускорения точки.

Скорость при координатном задании движения точки определяется проекциями вектора скорости на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\text{Полная скорость точки: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}.$$

Вектор ускорения:

Проекции ускорения точки на координатные оси равны:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Касательное ускорение  $a_\tau$  характеризует изменение скорости по величине и всегда направлено по касательной к траектории; при ускорении движения тела направление *совпадает* с направлением вектора скорости, а при замедлении – *противоположно* направлению.

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Нормальное ускорение  $a_n$  характеризует изменение скорости по направлению и определяется:

$a_n = \frac{v^2}{\rho}$ , где  $\rho$  - радиус кривизны траектории в данный момент времени.

Нормальное ускорение всегда направлено перпендикулярно скорости к центру дуги.

Значение полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}.$$

### Пример

Уравнения движения точки в плоскости имеют вид:

$$x = 4 \sin \frac{\pi t}{2}, \quad (1)$$

$$y = 6 \cos \frac{\pi t}{2}, \quad (2)$$

где время  $t$  задано в секундах, координаты  $x, y$  - в метрах.

Найти:

1. уравнение траектории точки;
2. положение точки на траектории при  $t = t_0 = 0$  (начальное положение) и при  $t = t_1 = 1/3$  с;
3. скорость  $\bar{V}$  точки;
4. ускорение  $\bar{a}$  точки;
5. касательное  $\bar{a}_\tau$ , нормальное  $\bar{a}_n$  ускорения точки и радиус кривизны траектории  $\rho$ .

В каждом пункте выполнить соответствующие построения на рисунке.

### Решение

Движение точки задано координатным способом.

1. Найдем уравнение траектории, исключив из (1) и (2) параметр  $t$  - время. Способ исключения  $t$  зависит от вида функций в правых частях (1), (2). В данном случае найдем из (1), (2) соответственно

$$\sin \frac{\pi t}{2} = \frac{x}{4}, \quad \cos \frac{\pi t}{2} = \frac{y}{6}.$$

Возводя полученные соотношения в квадрат, после этого складывая их и учитывая, что  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , найдем:

$$\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1.$$

Из этого уравнения следует, что траекторией точки является эллипс, полуоси которого равны 4 м и 6 м, а центр имеет координаты (0, 0).

Выберем масштаб длин и выполним рисунок. Следует заметить, что приведенный рис. 1 имеет вид, соответствующий уже окончанию решения; свой рисунок рекомендуется делать по мере продвижения решения. Это позволяет контролировать получаемые результаты и делает их более наглядными. Данное замечание относится и ко всем последующим задачам пособия.

2. Находим положение точки при  $t = t_0$ , подставляя это значение  $t$  в (1) и (2):

$$t = t_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 = 0, \\ y = y_0 = 6 \text{ м.} \end{cases}$$

3. Находим положение точки при  $t = t_1$ , подставляя это значение  $t$  в (1) и (2):

$$t = t_1 = 1/3 \text{ с} \Rightarrow \begin{cases} x = x_1 = 2 \text{ м,} \\ y = y_1 = 3\sqrt{3} \text{ м} \approx 5,20 \text{ м.} \end{cases}$$

Указываем на рисунке точки  $M_0$  и  $M_1$ , учитывая масштаб координат.

4. Найдем скорость точки. Из теории следует, что при координатном способе задания движения определяются сначала проекции скорости на оси координат. Используя (1) и (2) - уравнения движения точки - находим

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left( 4 \sin \frac{\pi t}{2} \right) = 2\pi \cos \frac{\pi t}{2}, \quad (3)$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = -3\pi \sin \frac{\pi t}{2}. \quad (4)$$

Модуль скорости  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ . Подставляя сюда (3), (4), получим

$$V = \sqrt{4\pi^2 \cos^2 \frac{\pi t}{2} + 9\pi^2 \sin^2 \frac{\pi t}{2}} = \pi \sqrt{4 + 5 \sin^2 \frac{\pi t}{2}}. \quad (5)$$

$$\text{При } t = t_1 = 1/3 \text{ с: } V_{1x} = \pi\sqrt{3} \text{ м/с} \approx 5,44 \text{ м/с}, \quad V_{1y} = -\frac{3\pi}{2} \text{ м/с} \approx -4,71 \text{ м/с},$$

$$V_1 = \pi\sqrt{21}/2 \text{ м/с} \approx 7,20 \text{ м/с}. \quad (6)$$

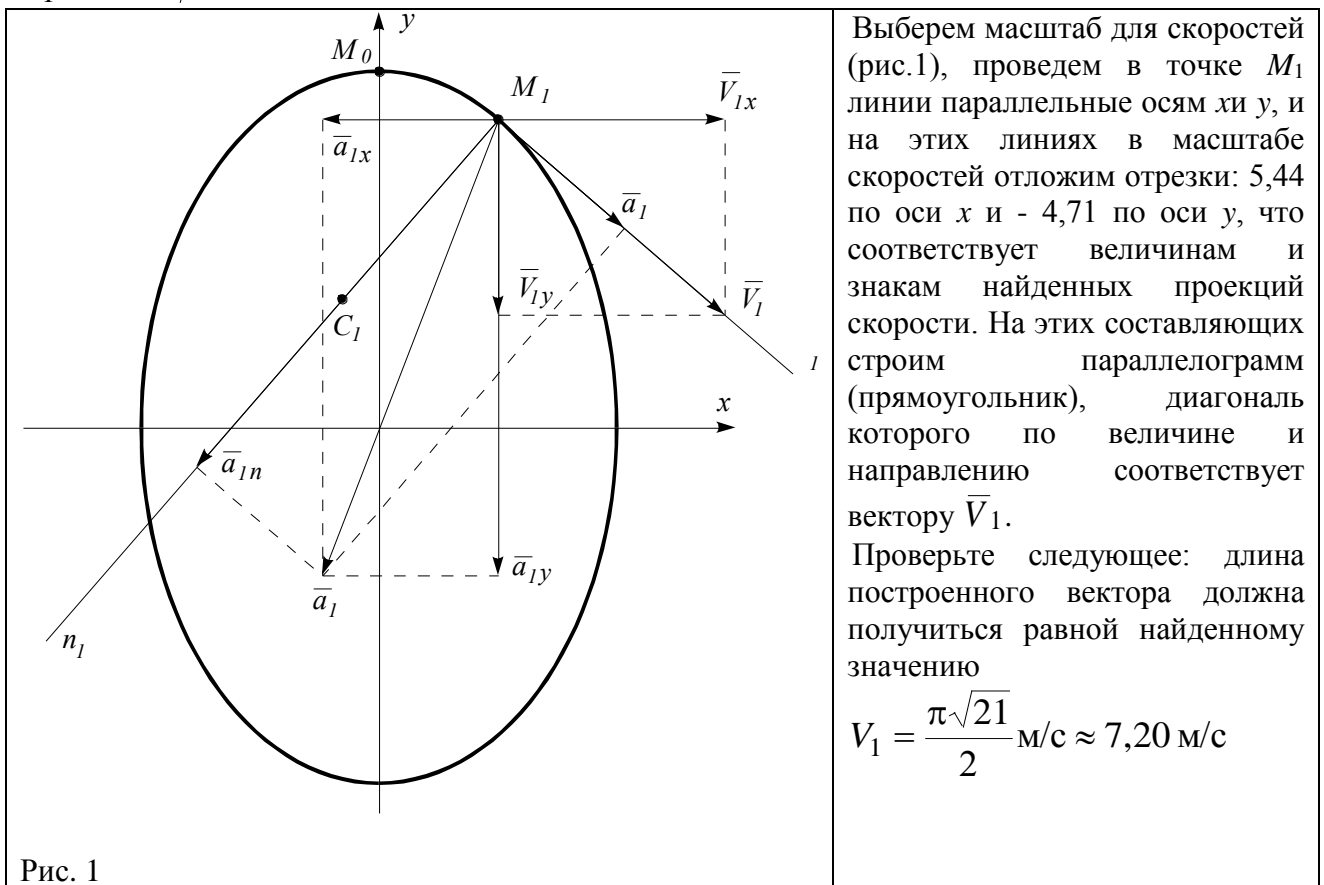


Рис. 1

(с учетом масштаба скоростей). Вектор  $\vec{V}_1$  направлен по касательной к траектории в точке  $M_1$  и показывает направление движения точки по траектории.

Удобно сейчас построить в точке  $M_1$  естественные оси: касательную  $\tau_1$  и главную нормаль  $n_1$  (они потребуются позже). Касательную  $\tau_1$  проводим вдоль  $\vec{V}_1$ ;



главную нормаль  $n_1$  проводим перпендикулярно  $\tau_1$  в плоскости рисунка и направляем к центру кривизны траектории в точке  $M_1$  (в сторону вогнутости траектории).

5. Находим ускорение точки, используя (3), (4):

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV_x}{dt} = -\pi^2 \sin \frac{\pi t}{2}, \quad (7)$$

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{3\pi^2}{2} \cos \frac{\pi t}{2}. \quad (8)$$

Модуль ускорения  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ . Из (7), (8) получим

$$a = \sqrt{\pi^4 \sin^2 \frac{\pi t}{2} + \frac{9\pi^4}{4} \cos^2 \frac{\pi t}{2}} = \frac{\pi^2}{2} \sqrt{4 + 5 \cos^2 \frac{\pi t}{2}}. \quad (9)$$

Подставляя в (7) - (9)  $t = t_1 = 1/3$  с, найдем

$$a_{1x} = -\frac{\pi^2}{2} \text{ м/с}^2 \approx -4,93 \text{ м/с}^2, \quad a_{1y} = -\frac{3\sqrt{3}\pi^2}{4} \text{ м/с}^2 \approx -12,8 \text{ м/с}^2,$$

$$a_1 = \frac{\pi^2 \sqrt{31}}{4} \text{ м/с}^2 \approx 13,7 \text{ м/с}^2. \quad (10)$$

В точке  $M_1$  строим в масштабе проекции ускорений  $a_{1x}$ ,  $a_{1y}$ , учитывая их величины и знаки, а затем строим вектор ускорения  $\bar{a}_1$ . Построив  $\bar{a}_1$ , следует проверить, получилось ли на рисунке  $a_1 \approx 13,7 \text{ м/с}^2$  (с учетом масштаба ускорений), и направлен ли вектор  $\bar{a}_1$  в сторону вогнутости траектории (вектор  $\bar{a}_1$  проходит через центр эллипса, но это есть особенность данной задачи, связанная с конкретным видом функций (1) и (2)).

6. Находим касательное ускорение  $\bar{a}_\tau$ , характеризующее изменение модуля  $\bar{V}$ .

$$\text{Учитывая (5), получим } a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \pi \sqrt{4 + 5 \sin^2 \frac{\pi t}{2}} \right) = \frac{5\pi^2 \sin \pi t}{4\sqrt{4 + 5 \sin^2 \frac{\pi t}{2}}}.$$

При  $t = t_1 = 1/3$  с

$$a_{1\tau} = \frac{5\pi^2}{4\sqrt{7}} \text{ м/с}^2 \approx 4,66 \text{ м/с}^2. \quad (11)$$

Касательное ускорение можно также найти, дифференцируя по времени равенство  $v^1 = v_x^2 + v_y^2$ . Получим

$$2v \frac{dv}{dt} = 2v_x \frac{dv_x}{dt} + 2v_y \frac{dv_y}{dt}, \text{ откуда следует}$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}.$$

Нормальную составляющую  $a_n$  ускорения, характеризующую изменение направления  $\bar{V}$ , можно найти по формуле

$$a_n = V^2/\rho, \quad (12)$$

если  $\rho$  - радиус кривизны траектории заранее известен, или (учитывая, что,  $\bar{a}_\tau \perp \bar{a}_n$  и, следовательно,  $a^2 = a_n^2 + a_\tau^2$ ) по формуле

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}. \quad (13)$$

Так как в данной задаче радиус  $\rho$  заранее неизвестен, то используем (13). Подставляя (10), (11) в (13), получим

$$a_{1n} = 6\pi^2 / \sqrt{21} \text{ м/с}^2 \approx 12,92 \text{ м/с}^2. \quad (14)$$

Вернемся к рис. 1. Ранее на этом рисунке вектор  $\bar{a}_1$  был построен по составляющим  $\bar{a}_{1x}$ ,  $\bar{a}_{1y}$ . С другой стороны, этот вектор можно разложить на составляющие по естественным осям  $\tau_1$  и  $n_1$  (пользуясь правилом параллелограмма). Выполним это разложение и построим на рисунке векторы  $\bar{a}_{1\tau}$  и  $\bar{a}_{1n}$ . Полезно провести проверку: с учетом масштаба ускорений определить по рисунку величины  $a_{1\tau}$ ,  $a_{1n}$  и убедиться, что они совпадают с (11), (14).

Заметим, что движение точки ускоренное, т.к. направления векторов  $\bar{V}_1$  и  $\bar{a}_{1\tau}$  совпадают (рис. 1).

Найдем радиус кривизны  $\rho$ , используя (12), откуда следует, что  $\rho = V^2 / a_n$ . Подставляя в последнее соотношение  $V_1$  и  $a_{1n}$  из (6) и (14), получим радиус кривизны траектории в точке  $M_1$ :  $\rho_1 = 7\sqrt{21}/8 \text{ м} \approx 4 \text{ м}$ . Отложим на рисунке от точки  $M_1$  по оси  $n_1$  отрезок  $M_1C_1$  длины  $\rho_1$  (в масштабе длин); полученная точка  $C_1$  есть центр кривизны траектории в точке  $M_1$ .

Объединяя полученные результаты, запишем ответ:

1. траектория точки - эллипс, имеющий уравнение  $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$ ;
2.  $M_0(x_0 = 0, y_0 = 6 \text{ м})$ ;
3.  $M_1(x_1 = 2 \text{ м}, y_1 = 3\sqrt{3} \text{ м} \approx 5,20 \text{ м})$ ;
4.  $V_1 = \frac{\pi\sqrt{21}}{2} \text{ м/с} \approx 7,20 \text{ м/с}$ ;
5.  $a_1 = \frac{\pi^2\sqrt{31}}{4} \text{ м/с}^2 \approx 13,7 \text{ м/с}^2$ ;
6.  $a_{1\tau} = \frac{5\pi^2}{4\sqrt{7}} \text{ м/с}^2 \approx 4,66 \text{ м/с}^2$ ;  $a_{1n} = \frac{6\pi^2}{\sqrt{21}} \text{ м/с}^2 \approx 12,92 \text{ м/с}^2$ ;
- $\rho_1 = \frac{7\sqrt{21}}{8} \text{ м} \approx 4 \text{ м}$ .

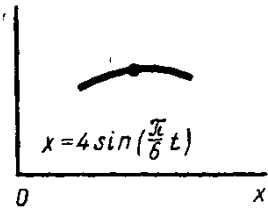
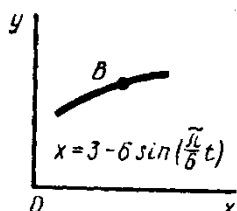
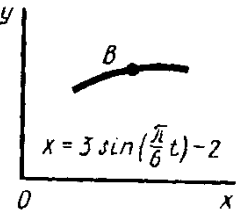
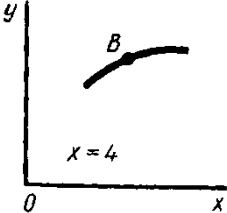
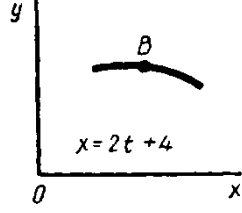
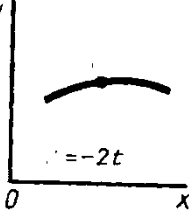
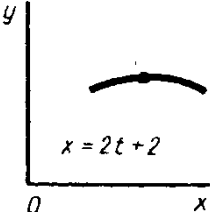
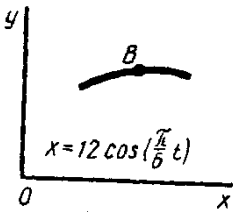
**3.** Решить аналогичную задачу, выполнить чертеж траектории точки в системе координат Оху, указать на чертеже линейную и угловую скорости, нормальное, касательное и полное ускорения, радиус кривизны траектории точки в соответствующих масштабах.

Точка  $B$  движется в плоскости  $xu$  (рис. К1.0-К1.9, табл. К1; траектория точки на рисунках показана условно). Закон движения точки задан уравнениями:  $x = f_1(t)$ ,  $y = f_2(t)$ , где  $x$  и  $y$  выражены в сантиметрах,  $t$  - в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени  $t_1 = 1$  с определить скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Зависимость  $x = f_1(t)$  указана непосредственно на рисунках, а зависимость  $y = f_2(t)$  дана в табл. К1 (для рис. 0-2 в столбце 2, для рис. 3-6 в столбце 3, для рис. 7-9 в столбце 4). Как и в задачах С1, С2, номер рисунка выбирается по предпоследней цифре шифра, а номер условия в табл. К1 - по последней.

*Указания.* Задача К1 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются касательное и нормальное ускорения точки.

 <p>Рис. К1.0</p>	 <p>Рис. К1.1</p>
 <p>Рис. К1.2</p>	 <p>Рис. К1.3</p>
 <p>Рис. К1.4</p>	 <p>Рис. К1.5</p>
 <p>Рис. К1.6</p>	 <p>Рис. К1.7</p>

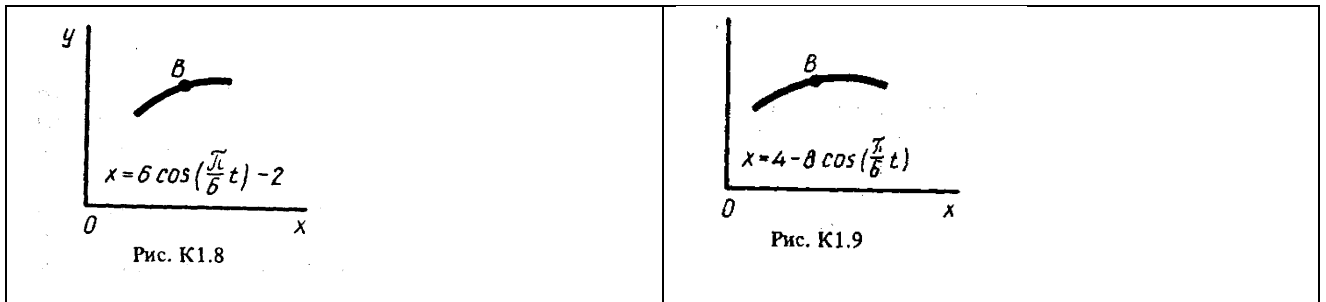


Таблица К1

Номер условия	$y = f_2(t)$		
	Рис. 0-2	Рис.3-6	Рис.7-9
1	2	3	4
0	$4 - 9 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$t^2 - 2$	$-4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
1	$2 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$8 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$10 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
2	$4 - 6 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4 + 2t^2$	$12 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
3	$12 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2(t+1)^2$	$2 - 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
4	$9 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 5$	$2 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$12 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 13$
5	$-10 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3t^2 - 2$	$3 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
6	$8 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$(t+1)^3$	$16 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 14$

7	$-9\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3-4\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
8	$6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)-4$	$2t^3$	$4-9\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
9	$2-2\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$8\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)+6$

В данной задаче все искомые величины нужно определить только для момента времени  $t_1 = 1$  с. В некоторых вариантах задачи при определении траектории или при последующих расчетах (для их упрощения) следует учесть известные из тригонометрии формулы:  $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ ;  $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ .

**Форма контроля:** оценка расчетно-графической работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Составление уравнений	<b>0 - 2</b>
2	Определение линейных скоростей	<b>0 - 2</b>
3	Определение угловых скоростей	<b>0 - 2</b>
4	Грамотное выполнение графической части работы	<b>0 - 2</b>
5	Соблюдение требований к оформлению работы	<b>0 - 2</b>
<b>Итого</b>		<b>0 - 10</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задачи*(максимально 10 баллов):

9=10 баллов – *отлично*;

7 - 8 баллов – *хорошо*;

5 - 6 баллов – *удовлетворительно*;

менее 5 баллов – *неудовлетворительно*.

**Практическая работа № 6**

**Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и деформаций бруса при растяжении и сжатии**

**Раздел 2: Сопротивление материалов**

**Тема 2.1 Растяжение и сжатие.**

**Количество часов:** 2ч

**Цель:**

Научиться строить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений для ступенчатого бруса, закреплённого одним концом, при осевом растяжении (сжатии).

Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК09, ПК2.4, ПК2.5.

**Обучающийся должен знать:**

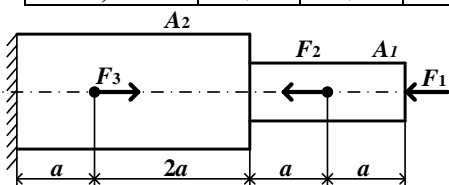
закон Гука; продольные и поперечные деформации при растяжении (сжатии); правила построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений в поперечном сечении бруса; формулы для расчёта напряжений и перемещений;

**Обучающийся должен уметь:**

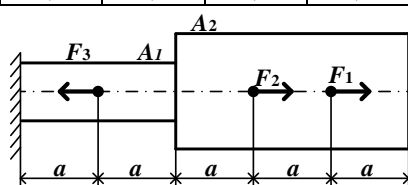
строить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений

**Задание:** Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса. Двухступенчатый стальной брус нагружен силами  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . Площади поперечных сечений  $A_1$  и  $A_2$ . Принять  $E=2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$

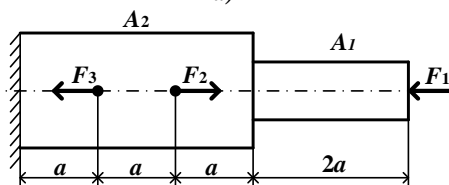
Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Схема									
	а	б	в	г	д	е	а	б	в	г
$F_1, \text{ кН}$	20	26	20	17	16	10	26	40	14	28
$F_2, \text{ кН}$	10	20	8	13	25	12	9	55	16	14
$F_3, \text{ кН}$	5	10	4	8	28	13	3	24	10	5
$A_1, \text{ см}^2$	1,8	1,6	1,0	2,0	1,2	0,9	1,9	2,8	2,1	1,9
$A_2, \text{ см}^2$	3,2	2,4	1,5	2,5	2,8	1,7	2,6	3,4	2,9	2,4
$a, \text{ м}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,2	0,5	0,6



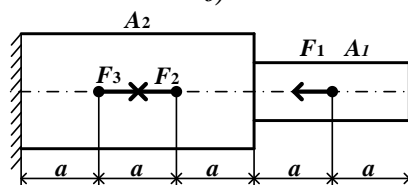
а)



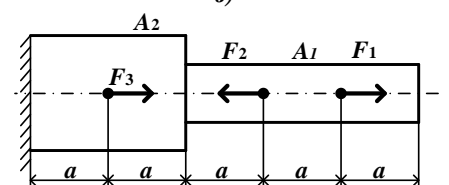
б)



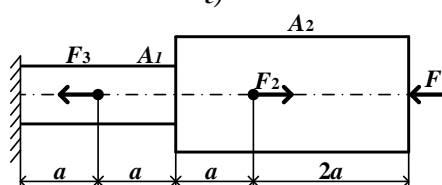
в)



г)



д)



е)

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение границ участков	0 - 2
2	Построение эпюры продольных сил	0 - 2
3	Построение эпюры нормальных напряжений	0 - 2
4	Определение опасного сечения	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 8</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 8 баллов):*

8 баллов – *отлично*;

6-7 баллов – *хорошо*;

4-5 баллов – *удовлетворительно*;

менее 5 баллов – *неудовлетворительно*.

## Практическая работа № 7

### Расчёт на прочность и жесткость при растяжении и сжатии

**Раздел 2:** Сопротивление материалов

**Тема 2.1** Растяжение и сжатие.

**Количество часов:** 2ч

**Цель:**

Научиться подбирать сечение стержней, работающих на растяжение (сжатие).

Проверка прочности

Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.

**Обучающийся должен знать:**

- три вида расчёта на прочность, условие прочности по предельному состоянию;

**Обучающийся должен уметь:**

- определять усилия в стержнях.

**Задание:** Двух ступенчатый прямой брус жестко зашпелен (закреплен) одним концом, а другой конец свободный. Брус нагружен осевыми силами растяжения (сжатия), действующий вдоль продольной оси z.

$F = \dots$  кН - внешняя осевая сила растяжения (сжатия)

$A = \dots$  см<sup>2</sup> =  $\dots$  мм<sup>2</sup> - площадь поперечного сечения бруса.

$l = \dots$  мм - длина (размер), мм

Материал бруса сталь Ст3 (материал пластичный)

$\sigma_T = 240$  МПа - предел текучести стали (предельное нормальное напряжение)

$[n_T] = 1,8$  - допускаемый коэффициент запаса прочности по пределу текучести.

$E = 2 \cdot 10^5$  МПа - модель продольной упругости стали.

Для заданного бруса требуется:

1. Построить эпюру продольных сил по длине бруса.
2. Построить эпюру (диаграмму) нормальных напряжений по длине бруса.

3. Определить удлинение (укорочение) свободного конца бруса.

4. Расчет бруса на прочность

Вариант, схему, значение сил - принять по таблице

Вариант	Схема	$F_{кН}$	$A, \text{см}^2$	$l, \text{мм}$	Вариант	Схема	$F_{кН}$	$A, \text{см}^2$	$l, \text{мм}$
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1.	1.	25	2,5	150	17	1.	16	1,5	220
2.	2.	40	3,5	160	18	2.	47	3	200
3.	3.	28	1,8	170	19	3.	14	2	190
4.	4.	42	4	180	20	4.	56	3,5	180
5.	5.	26	2,6	190	21	5.	17	3	170
6.	6.	45	3	200	22	6.	60	3,5	160
7.	7.	30	2,4	210	23	7.	22	2,3	150
8.	8.	48	3,5	220	24	8.	62	3	225
9.	9.	32	2	155	25	9.	24	2	215
10.	10.	50	3	165	26	10.	66	3,5	205
11.	11.	35	2,5	175	27	11.	29	2,8	195
12.	12.	52	4	185	28	12.	57	3,6	185
13.	13.	36	3,5	195	29	13.	21	2,4	175
14.	14.	55	3,8	205	30	14.	64	4	165
15.	15.	18	2	215	31	15.	23	1,8	155
16.	16.	34	2,8	225	32	16.	68	2,2	150

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Построить эпюру продольных сил по длине бруса.	0 - 2
2	Построить эпюру нормальных напряжений по длине бруса.	0 - 2
3	Построение эпюры деформаций	0 - 2
4	Определение удлинения свободного конца бруса.	0 - 2
5	Проверка бруса на прочность	0 - 2
6	Вывод	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 12</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 12 баллов):*

11-12 баллов – *отлично*;

9-10 баллов – *хорошо*;

7-8 баллов – *удовлетворительно*;

менее 7 баллов – *неудовлетворительно*.

### Практическая работа № 8

**Решение задач на определение главных центральных моментов инерции составных сечений, имеющих ось симметрии**



## Раздел 2: Сопротивление материалов

### Тема 2.2 Практические расчеты на срез и смятие. Геометрические характеристики плоских сечений.

Количество часов: 2ч

#### Цель:

- научиться определять моменты инерции сложных фигур, составленных из простых геометрических фигур и стандартных прокатных профилей.

Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.

#### Обучающийся должен знать:

моменты инерции простых сечений;

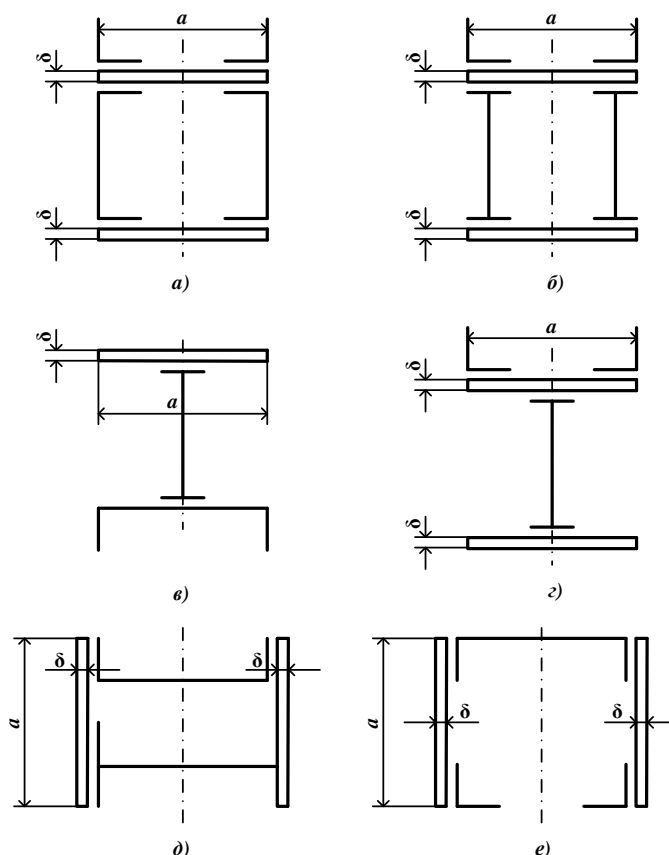
#### Обучающийся должен уметь:

определять моменты инерции сечений с одной или двумя осями симметрии, составленных из простых геометрических фигур и из профилей стандартного проката.

**Задание:** Найти главные центральные моменты инерции сечения, составленного из стандартных прокатных профилей.

Сечения состоят из листов с поперечными размерами  $a \cdot \delta$  и прокатных профилей по ГОСТ 8239-89, ГОСТ 8240-89 и ГОСТ 8509-86. Уголки выбираются наименьшей толщины.

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Схема									
	а	б	в	г	д	е	а	б	в	г
№ швеллера	18	18 <sub>а</sub>	20	20 <sub>а</sub>	22	22 <sub>а</sub>	24	24 <sub>а</sub>	27	30
№ двутавра	18	18 <sub>а</sub>	20	20 <sub>а</sub>	22	22 <sub>а</sub>	24	24 <sub>а</sub>	27	30
№ уголка	8	8	9	9	10	10	11	11	12,5	14
а, мм	180	200	200	220	220	240	240	260	270	300
δ, мм	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6



**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение центра тяжести всего сечения	0 - 2
2	Определение моментов инерции составляющих	0 - 2
3	Определение моментов инерции для всего сечения	0 - 2
4	Определение главных значения центральных моментов инерции	0 - 2
5	Проверка	0 - 2
6	Вывод	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 12</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 12 баллов):*

11-12 баллов – *отлично*;

9-10 баллов – *хорошо*;

7-8 баллов – *удовлетворительно*;

менее 7 баллов – *неудовлетворительно*.

## Решение задач на построение эпюр крутящих моментов, углов закручивания, расчет на прочность

Раздел 2: Сопротивление материалов

Тема 2.3 Кручение.

Количество часов: 4 ч

Цель:

научиться строить эпюру крутящих моментов, выполнять проектный расчёт вала по условию прочности и условию жёсткости.

Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.

**Обучающийся должен знать:** условие прочности и условие жёсткости

**Обучающийся должен уметь:**

Строить эпюры крутящих моментов, рассчитывать вал на прочность и жесткость при кручении круглого бруса постоянного сечения

**Задание:** На двух опорном стальном валу сплошного постоянного поперечного сечения (диаметра) по дли не жестко закреплены (насажены) зубчатые колеса (или шкивы). Вал с закрепленными на нем деталями равномерно вращается с постоянной угловой скоростью  $n = \text{об/мин}$

От электродвигателя с помощью ремня на вал передается мощность  $P_1$  на ведущий шкив 1, а с ведомых колёс (шкивов) 2, 3, 4 отдается (снимается.) мощность к рабочим машинам

$$P_2 = \text{кВт}, P_3 = \text{кВт}, P_4 = \text{кВт}$$

Трение в опорах вала не учитывать (потери мощности не превышают 2% от передаваемой мощности).

$G = 8 \cdot 10^4$  МПа- модуль поперечной упругости (модуль сдвига) для стали  
 $[\tau_k] = 30$  МПа- допускаемое касательное напряжение для стали 40 (для конструкционной углеродистой стали  $[\tau_k]$  — 20 ... 35 МПа.

$[\Theta^\circ] = 0,9^\circ = 0,9$  град/м - допускаемый относительный угол закручивания (поворота) одного поперечного сечения относительно другого на длине вала 1 м - 1000 мм (угол закручивания на единицу длины т. е. на 1 м длины вала  $\Theta^\circ = \varphi/L$  град/м.)

$L = 245$  мм -расстояние (размер).

Требуется:

1. Определить внешние вращающие (скручивающие) моменты, приложенные к валу.
2. Определить крутящие (внутренние) моменты, возникающие в поперечных сечениях вала.
3. Построить эпюру крутящих (внутренних) моментов по длине вала, приняв масштаб 10 мм = ... Н·м
4. Установить по эпюре  $T_k$  опасное сечение вала (его положение, место).
5. Выполнить расчет вала на прочность и жесткость. Определить из расчетов на прочность и жесткость требуемый диаметр вала  $d$ .
6. Определить угол закручивания (поворота) сечений вала.

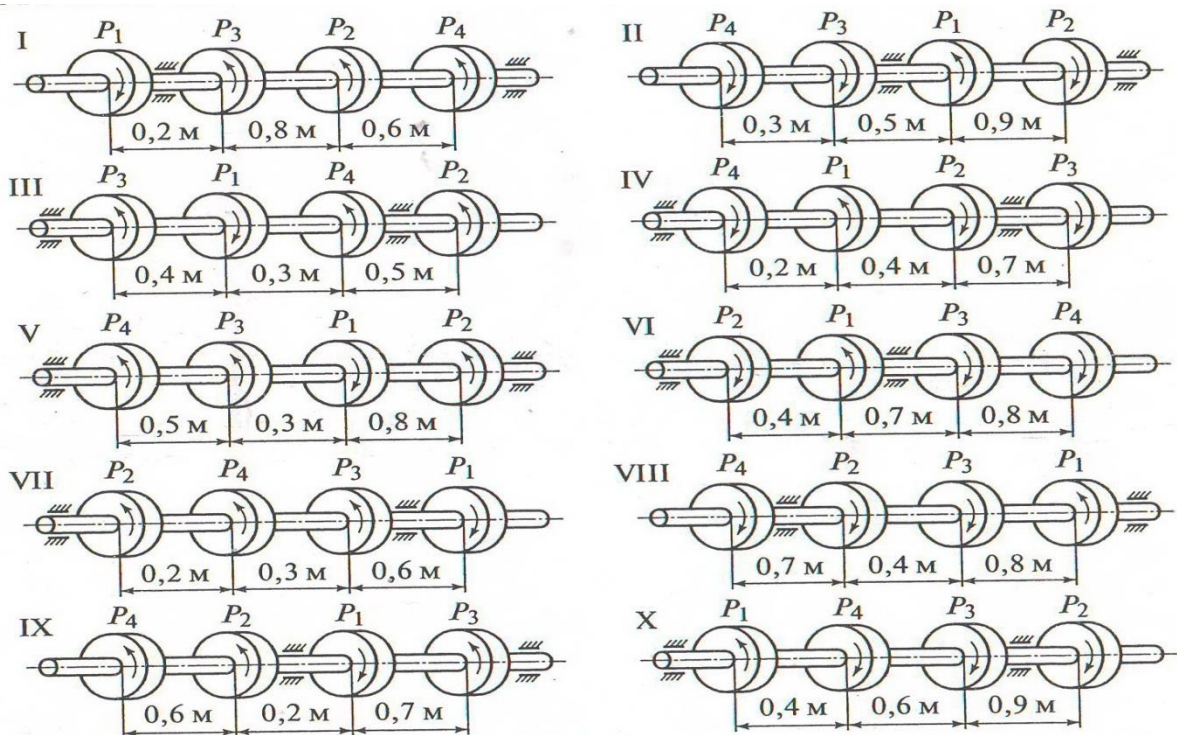


Рис. 1

Таблица 1

Варианты	Схема на рис. 1	$\omega$ , рад/с	$P_1$ , кВт	Варианты	Схема на рис. 1	$\omega$ , рад/с	$P_1$ , кВт
1, 11, 21	I	24	12	6, 16, 26	VI	60	30
2, 12, 22	II	48	18	7, 17, 27	VII	36	22
3, 13, 23	III	30	20	8, 18, 28	VIII	50	26
4, 14, 24	IV	40	14	9, 19, 29	IX	28	10
5, 15, 25	V	25	60	10, 20, 30	X	62	16

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение вращающих моментов на шкивах	0 - 2
2	Построение эпюры крутящих моментов	0 - 2
3	Определение диаметров вала, используя условие прочности на кручение.	0 - 2
4	Определение диаметров вала, используя условие жесткости на кручение.	0 - 2
5	Выбор диаметра вала	0 - 2
6	Построение эпюры углов закручивания	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 12</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

Оценивание решения задач (максимально 12 баллов):

11-12 баллов – *отлично*;

9-10 баллов – *хорошо*;  
 7-8 баллов – *удовлетворительно*;  
 менее 7 баллов – *неудовлетворительно*.

### Практическая работа №10

#### Решение задач на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

Раздел 2: Сопротивление материалов

Тема 2.4 Изгиб

Количество часов: 2ч

**Цель:** научиться строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки  
 Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5.

**Обучающийся должен знать:**

порядок построения эпюр и контроля поперечных сил и изгибающих моментов;

**Обучающийся должен уметь:**

строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Задание:** построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки Схемы для выполнения задания в приложении 1.

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение реакций опор	0 - 2
2	Разбиение балки на характерные точки	0 - 2
3	Построение эпюры поперечных сил	0 - 2
4	Построение эпюры изгибающих моментов	0 - 2
5	Определение опасного сечения	0 - 2
6	Определение максимального момента	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 12</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 12 баллов):*

11-12 баллов – *отлично*;

9-10 баллов – *хорошо*;

7-8 баллов – *удовлетворительно*;

менее 7 баллов – *неудовлетворительно*.

### Практическая работа №11

#### Кинематический и силовой расчет привода

Раздел 2: Детали машин

Тема 3.2 Основные сведения о передачах.

Количество часов: 2ч

**Цель:** научиться объяснить устройство и принцип действия многоступенчатого механического привода

Формирование общих и профессиональных компетенций: ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5, ПК4.4

**Обучающийся должен знать:**

устройство и принцип действия многоступенчатого механического привода

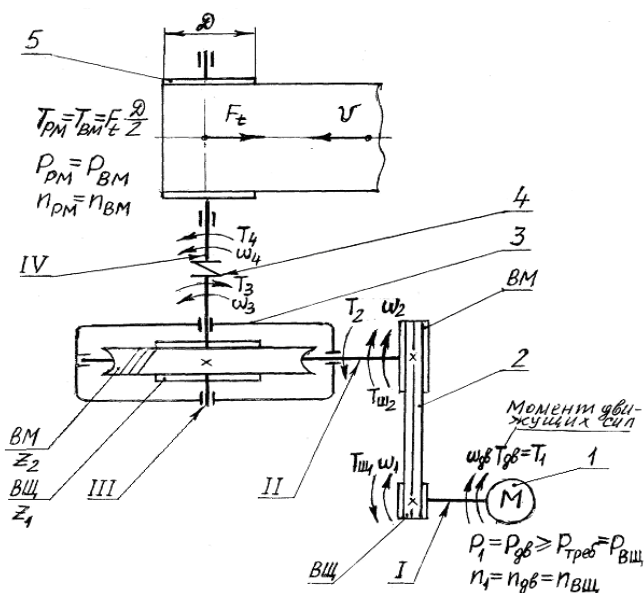
**Обучающийся должен уметь:**

- определять мощность электродвигателя на ведомом валу привода и угловую скорость ведомого вала;
- определять механический КПД привода;
- определять угловые скорости валов и вращающие моменты на каждом валу привода.

**Задание:**

- определить общий механический КПД привода;
- определить требуемую мощность электродвигателя;
- определить мощность на всех валах привода;
- определить угловые скорости всех валов привода;
- определить вращающие моменты на каждом валу привода.

Пример решения:



Электродвигатель

**ВЩ** – ведущий элемент

1. Передача клиноременная

**ВМ** – ведомый элемент

2. Редуктор червячный

**РМ** – рабочая машина

3. Муфта упругая

4. Барабан конвейера

**I** - ведущий вал привода – вал электродвигателя;

**II** - ведущий вал червячного редуктора;

**III** - ведомый вал червячного редуктора.

**IV** - рабочий вал машины – ведомый вал привода.

Рисунок 1 - Кинематическая схема

$$n_1 = n_{дв} = n_{вщ} - \text{частота вращения ведущего вала привода – вала электродвигателя, мин}^{-1} \left( \frac{\text{об}}{\text{мин}} \right)$$

$$n_4 = n_{рм} = n_{вм} - \text{частота вращения ведомого вала привода}$$

$$P_1 = P_{дв} - \text{мощность электродвигателя, кВт}$$

$$P_4 = P_{рм} - \text{мощность на рабочем валу, кВт}$$

Кинематическая схема предназначена для показа принципа работы машины, механизма.

### 3 РАСЧЕТЫ

Передачами называются устройства, предназначенные для передачи механической энергии (мощности) на расстояние с помощью шкивов, колес, звездочек.

3.1 Мощность на валу рабочей машины – ведомом валу привода(валу барабана ленточного конвейера).

$$P_{в.м} = F_t \cdot V = 3460 \cdot 0.9 = 2220 \text{ Вт} = 2,22 \text{ кВт}$$

3.2 Общий механический КПД привода ленточного конвейера. Каждая машина, механический привод может быть разложена на несколько более простых механизмов.

Это реальный механический привод, поэтому учитывают трение в кинематических парах. Происходит частичная потеря мощности вследствие:

- трения в гибкой связи: ременной цепной передаче;
- трения в зацеплении зубчатой, червячной передаче;
- трения в опорах валов привода;
- размешивание и разбрызгивание минерального масла в редуктор

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3^3 = 0.96 \cdot 0.8 \cdot 0.99^3 = 0.742$$

КПД характеризует степень совершенства машины, механизма, механического привода.

$\eta_A = 0.96$  - КПД, учитывающий потери мощности на трение в клиноременной передаче;

$\eta_2 = 0.8$  - КПД, учитывающий потери мощности на трение в зацеплении передачи и редуктора;

$\eta_3 = 0.99$  - КПД, учитывающий потери мощности на трение в опорах вала.

Валов три: два у редуктора и вал барабана конвейера.

Трение уменьшают способами:

- применением антифрикционных материалов;
- уменьшение шероховатостей трущихся деталей;
- применением подшипников качения вместо скольжения;
- применением смазки.

#### 3.3 Выбор электродвигателя

Требуемая расчетная мощность на валу электродвигателя – ведущем валу механического привода.

$$P_{ТРЕБ} = P_{ВЦ} = \frac{P_{ВМ}}{\eta} = \frac{2,22}{0,742} = 3 \text{ кВт}$$

Выбираем по каталогу электродвигатель по номинальной ближайшей мощности по условию  $P_{дв} \geq P_{вц}$

Номинальной мощностью электродвигателя называется полезная механическая мощность на его валу, выраженная в ватах.

Выбран электродвигатель:

$$P_{\text{дв}} = P_{\text{вц}} = 4 \text{ кВт} - \text{номинальная мощность двигателя.}$$

$$n_{\text{дв}} = n_{\text{вц}} = 1500 \text{ мин}^{-1} - \text{частота вращения вала.}$$

$S=4.7\%$  - скольжение. Тогда номинальная частота вращения вала электродвигателя будет

$$n_{\text{дв}} = n_c \cdot (1 - S) = 1500 \cdot (1 - 0.047) = 1500 - 0.047 \cdot 1500 = 1500 - 70 = 1430 \text{ мин}^{-1}$$

$$\omega_{\text{дв}} = \omega_{\text{вц}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{дв}}}{30} = \frac{3.14 \cdot 1430}{30} = 150 \frac{\text{рад}}{\text{сек}} - \text{угловая скорость вращения вала электродвигателя.}$$

Следует выбирать быстроходный электродвигатель с  $n_{\text{дв}} \geq 1000 \text{ мин}^{-1}$ , так как при равной мощности тихоходный электродвигатель имеет большую массу и большие габариты, чем быстроходный.

Все большие расчеты механических передач производят по требуемой, а не номинальной мощности электродвигателя, которую он фактически будет развивать при установившемся режиме работы электродвигателя – по  $P_{\text{треб}}$ .

В качестве величины, характеризующей нагрузку любой передачи, привода, принимают:

- передаваемую мощность  $P$ ;
- вращающий момент  $T$  или силу  $F_t$ ,

Мощность на валах механического привода.

$P_n = P_1 \cdot \eta_{1...n}$ , кВт – на любом валу привода мощность на любом валу передачи, привода равна произведению мощности на ведущем валу на КПД с первого вала по  $n$  (энный) вал. Мощность по мере удаления от ведущего вала электродвигателя всегда уменьшается, так как КПД всегда меньше единицы, т.е.  $\eta < 1$  (мощность уменьшается на величину КПД).

$$P_{\text{дв}} = P_{\text{вц}} = P = 3 \text{ кВт} - \text{на I валу (ведущем валу привода – валу электродвигателя).}$$

$$P_2 = P_1 \eta_{1...n} = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = 3 \cdot 0.96 \cdot 0.99 = 2.85 \text{ кВт} \text{ на II валу – ведущем валу червячного редуктора (на выходном конце быстроходного вала редуктора).}$$

$$P_3 = P_1 \cdot \eta_{1...n} = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3^2 = 3 \cdot 0.96 \cdot 0.8 \cdot 0.99^2 = 2.25 \text{ кВт} - \text{на III валу – ведомом валу червячного редуктора.}$$

$$P_4 = P_{\text{вм}} = P_1 \cdot \eta_{1...n} = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3^3 = 3 \cdot 0.96 \cdot 0.8 \cdot 0.99^3 = 2.24 \text{ кВт} - \text{на IV валу – на рабочем валу машины.}$$



## Кинематический расчет привода

Определяют угловые скорости валов привода

Угловая скорость барабана конвейера

$$V = \frac{\pi D \cdot n}{60}, \text{ откуда } n_{в.м} = n_{р.м} = \frac{60 \cdot V}{\pi D} = \frac{60 \cdot 0,9}{3,14 \cdot 0,4} = 42,8 \text{ мин}^{-1} \text{ или}$$

$$\omega_{в.м} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 42,8}{30} = 4,48 \frac{\text{рад}}{\text{сек}} \quad V = \omega \cdot r = \omega \frac{D}{2}, \text{ откуда } \omega_{в.м} = \frac{2V}{D} = \frac{2 \cdot 0,9}{0,4} = 4,48 \frac{\text{рад}}{\text{сек}}$$

$\omega, n$  - угловая скорость валов, но только выражена в разных единицах измерения.

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \frac{\text{рад}}{\text{сек}} - \text{угловая скорость любого твердого тела: вала, шкива, колеса.}$$

### 3.7 Угловые скорости валов привода.

Угловая скорость вращения любого вала передачи, привода равна частному от деления угловой скорости вращения на первом валу на передаточное число с первого вала по  $n$  вал.

$$n_n = \frac{n_1}{u_{1...n}} \text{ мин}^{-1} - \text{на любом валу передачи, привода}$$

$1...n$  – с первого вала по  $n$  вал.

$$n_1 = n_I = n_{в.ц} = n_{дв} = 1430 \text{ мин}^{-1} - \text{вала привода (вала электродвигателя) или}$$

$$\omega_1 = \omega_I = \omega_{в.ц} = \omega_{дв} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 1430}{30} = 150 \frac{\text{рад}}{\text{сек}}$$

$$n_2 = n_{II} = \frac{n_1}{u_{1...n}} = \frac{n_1}{u_1} = \frac{1430}{2} = 715 \text{ мин}^{-1} - \text{II вала привода (ведущего вала червячного редуктора)}$$

$$n_4 = n_{IV} = n_{р.м} = n_{в.м} = n_3 = 42,7 \text{ мин}^{-1} - \text{угловая скорость рабочего вала машины.}$$

$$n_4 = n_3, \text{ так как выходные концы валов соединены напрямую механической муфтой.}$$

Частота вращения ведущих валов меньше частоты ведомых валов, так как передаточное число понижающих передач всегда больше единицы, т.е.  $u > 1$

Понижающими передачами называются передачи, уменьшающие частоту вращения ведомых валов по сравнению с ведущими валами.

### 3.8 Силовой расчет механического привода.

Вращающий момент на любом валу передачи, привода равен произведению момента вращения на первом валу на передаточное число с первого вала по n (энный) вал.

В технике при определении вращающих моментов известными величинами являются мощность  $P_{\text{дв}}$  на вращающемся валу электродвигателя и частота вращения вала  $n_{\text{дв}}$ , поэтому расчет всегда ведут от вала электродвигателя в направлении к рабочему валу машины. При определении вращающего момента  $T$  на валах в формулу надо подставлять требуемую мощность  $P_{\text{треб}}$ , а не мощность электродвигателя, выбранную по каталогу.

$$T_{\text{дв}} = T_1 = 9,56 \frac{P_1 \cdot 10^3}{n_1} \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ на валу привода – на валу электродвигателя или}$$

$$T_1 = \frac{P_1 \cdot 10^3}{\omega_1} \text{ Н} \cdot \text{м}, \text{ где } P_1 \text{ кВт}, n_1 \text{ мин}^{-1}$$

$$T_n = T_1 \cdot u_{1...n} \cdot \eta_{1...n} \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ на любом валу привода}$$

$$T_{\text{дв}} = T_I = T_1 \cdot 9,56 \frac{P_1 \cdot 10^3}{n_1} = 9,56 \frac{3 \cdot 10^3}{1430} = 20 \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ на I валу – вращающемся валу электродвигателя.}$$

$$T_2 = T_{II} = T_1 \cdot u_1 \cdot \eta_{1...n} = T_1 \cdot u_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_3 = 20 \cdot 2 \cdot 0,96 \cdot 0,99 = 38 \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ на II валу – вращающемся валу червячного редуктора (на выходном конце быстроходного вала)}$$

$$T_3 = T_{III} = T_1 \cdot u_{1...n} \cdot \eta_{1...n} = T_1 \cdot u_1 \cdot u_2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3^2 = 20 \cdot 2 \cdot 16,7 \cdot 0,96 \cdot 0,8 \cdot 0,99^2 = 668 \cdot 0,752 = 502 \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ на III валу – ведомом валу червячного редуктора. Этот вал является наиболее нагруженным валом или } T_3 = \frac{P_3 \cdot 10^3}{\omega_3} = \frac{2,25 \cdot 10^3}{4,47} = 503 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$T_4 = T_{IV} = T_{pm} = T_{em} = T_3 \cdot \eta_3 = 502 \cdot 0,99 = 496 \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ на IV валу – валу рабочей машины.}$$

$$T_{pm} = T_4 = F_t \cdot \frac{D}{2} = 2460 \cdot \frac{0,4}{2} \approx 492 \text{ Н} \cdot \text{м} - \text{ момент сил сопротивления движению всегда действует по направлению противоположно вращению рабочего вала машины.}$$

Вращающие моменты, приложенные к валам, является нагрузкой для валов. По этим моментам определяют окружную силу  $F_t$  на зубчатом колесе, а по ней находят остальные силы в зацеплении передачи – осевую  $F_x$ , радиальную силу  $F_r$ , необходимые в последующих расчетах.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Какие условные графические обозначения и правила установлены для выполнения кинематических схем механизмов и машин?
2. Укажите ведущие и ведомые звенья передачи привода.
3. С чего начинают читать кинематическую схему?
4. Покажите как передается вращательное движение и мощность, последовательно передвигаясь по контуру передачи силового тока, в направлении от электродвигателя по ступеням передач привода к валу рабочей машины.
5. Что называется мощностью? Единицы измерения мощности.
6. Причины и места потерь мощности в механическом приводе, способы уменьшения потерь мощности.
7. Что называется механическим КПД механизма машины? Какие потери мощности он учитывает и какие характеризует?
11. Что называется передаточным числом любой передачи, многоступенчатой передачи?
12. Как разбивают общие передаточные числа механического привода по отдельным ступеням передач?
13. Как определяется угловая скорость на любом валу передачи, механического привода?
14. Как выражается вращательный момент  $T$  через мощность  $P$  и угловую скорость  $n$ ?
15. Как определяется вращающий момент на любом валу передачи, механического привода?
16. Как изменяется величина мощности, угловой скорости и вращающего момента по мере удаления от вала электродвигателя к рабочему валу машины?

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение общего КПД привода	0 - 2
2	Определение общего передаточного числа	0 - 2
3	Определение мощности на каждом валу привода	0 - 2
4	Определение количества оборотов на каждом валу привода	0 - 2
5	Определение угловой скорости на каждом валу привода	0 - 2
6	Определение вращающего момента на каждом валу привода	0 - 2
7	Правильно сделанные выводы	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 14</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

Оценивание решения задач (максимально 16 баллов):

14-13 баллов – *отлично*;

12-10 баллов – *хорошо*;

7-9 баллов – *удовлетворительно*;

менее 8 баллов – *неудовлетворительно*.

## Практическая работа № 12

### Расчет параметров цепной передачи

Раздел 3: Детали машин

Тема 3.2 Основные сведения о передачах.

Количество часов: 2ч

**Цель:** Формирование общих и профессиональных компетенций ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5, ПК4.4

**Задачи:** Закрепление теоретических знаний по теме.

Формирование практических умений и навыков расчета цепной передачи.

**Обучающийся должен знать:**

- основы расчета цепной передачи;
- основные нормативные документы.

**Обучающийся должен уметь:**

- производить расчет цепных передач
- пользоваться нормативной литературой.

**Задание** --Рассчитать цепную передачу к скребковому транспортеру.

Передаваемая мощность  $N=$  кВт;

$n_1=$  об/мин;

$n_2=$  об/мин,

расположение передачи под углом  $45^\circ$ , работа в одну смену, смазка периодическая

Расчет производить в рабочей тетради по дисциплине «Техническая механика» раздел «Детали машин»

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Определение шага цепи	0 - 2
2	Определение числа зубьев звездочек	0 - 2
3	Определение скорость цепи	0 - 2

4	Проверка среднего давления	0 - 2
5	Определение геометрических параметров передачи	0 - 2
6	Определение сил, действующих на цепь	0 - 2
7	Проверка коэффициента запаса прочности	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 16</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 16 баллов):*

14-16 баллов – *отлично*;

11-13 баллов – *хорошо*;

8-10 баллов – *удовлетворительно*;

менее 8 баллов – *неудовлетворительно*.

### Практическая работа № 13

#### Расчёт сварных соединений на прочность.

**Раздел 3:** Детали машин

**Тема 3.4** Неразъемные соединения.

**Количество часов:** 2ч

**Цель:** Формирование общих и профессиональных компетенций ОК01, ОК02, ОК04, ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5, ПК4.4

**Задачи:** Закрепление теоретических знаний по теме.

Формирование практических умений и навыков расчета сварных соединений.

**Обучающийся должен знать:**

- основы расчета сварных соединений на прочность;
- основные нормативные документы.

**Обучающийся должен уметь:**

- производить расчет соединений на прочность
- пользоваться нормативной литературой.

**Задание** решить три задачи

Расчет производить в рабочей тетради по дисциплине «Техническая механика» раздел «Детали машин»

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Правильное решение 1 задачи	0 - 2
2	Правильное решение 2 задачи	0 - 2
3	Правильное решение 3 задачи	0 - 2

4	Правильный вывод по всем задачам	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 8</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 16 баллов):*

3-4 баллов – *отлично*;

5-6 баллов – *хорошо*;

7-8 баллов – *удовлетворительно*;

менее 3 баллов – *неудовлетворительно*.

## Практическая работа № 14

### Подбор и расчет подшипников качения по динамической грузоподъемности и долговечности

**Раздел 3:** Детали машин

**Тема 3.6** Подшипники

**Количество часов:** 2ч

**Цель:** Формирование общих и профессиональных компетенций ОК01, ОК02, ОК04 ОК05, ОК 09, ПК2.4, ПК2.5, ПК4.4

**Задачи:**

Закрепление теоретических знаний по теме.

Формирование практических умений и навыков расчета подшипников качения.

**Обучающийся должен знать:**

- основные типы подшипников качения, маркировка, способы установки;
- влияние различных факторов на долговечность и порядок расчета;
- основные нормативные документы.

**Обучающийся должен уметь:**

- подбирать подшипники для осей и валов;
- проводить проверку подшипников качения на долговечность.
- пользоваться нормативной литературой.

**Задание**

Произвести подбор подшипников качения и определить их долговечность

Расчет производить в рабочей тетради по дисциплине «Техническая механика» раздел «Детали машин»

**Форма контроля:** оценка расчетной работы.

**Критерии оценки практической работы:**

№№ п/п	Критерии	Баллы
1	Выбор подшипников	0 - 2
2	Определение коэффициентов	0 - 2

3	Определение эквивалентной нагрузки подшипника	0 - 2
4	Определение расчетной долговечности подшипника	0 - 2
<b>Итого</b>		<b>0 - 8</b>

Каждый критерий оценивается от 0 до 2 баллов.

0 – критерий не представлен или представлен нечетко и неубедительно;

1 - критерий представлен недостаточно убедительно;

2 - степень представленности критерия высока или очень высока.

*Оценивание решения задач (максимально 8 баллов):*

8 баллов – *отлично;*

6-7 баллов – *хорошо;*

5-4 баллов – *удовлетворительно;*

менее 4 баллов – *неудовлетворительно.*

## Список источников и литературы

### Основные источники:

1. Бусыгин, А. М., Основы теоретической механики : учебник / А. М. Бусыгин. — Москва : КноРус, 2023. — 226 с. — ISBN 978-5-406-10996-0. — URL: <https://book.ru/book/947289>. — Текст : электронный.
2. Бабичева, И. В., Техническая механика. : учебное пособие / И. В. Бабичева, Н. В. Закерничная. — Москва : Русайнс, 2023. — 101 с. — ISBN 978-5-466-04284-9. — URL: <https://book.ru/book/951575>. — Текст : электронный.
3. Черноброва, О. Г., Техническая механика ( с практикумом) : учебник / О. Г. Черноброва. — Москва : КноРус, 2023. — 217 с. — ISBN 978-5-406-10627-3. — URL: <https://book.ru/book/945820>. — Текст : электронный.
4. Сербин, Е. П., Техническая механика : учебник / Е. П. Сербин. — Москва :КноРус, 2023. — 399 с. — ISBN 978-5-406-11776-7. — URL: <https://book.ru/book/949727>. — Текст : электронный.

### Дополнительные источники:

1. Эрдеди, А.А. Теория механизмов и детали машин:учебное пособие / Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. – М.: КноРус, 2020. – 293с. – ISBN 978-5-406-02716-5. – URL: <https://book.ru/book/926889> (дата обращения 10/03/2021). –Текст электронный.
2. Эрдеди, А.А. Теоретическая механика: учебное пособие / Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. – М.: КноРус, 2021. – 203с. – ISBN 978-5-406-08095-5. – URL: <https://book.ru/book/939165> (дата обращения 10/03/2021). –Текст электронный.
3. Эрдеди, Н.А. Сопротивление материалов: учебное пособие / Эрдеди Н.А., Эрдеди А.А. – М.: КноРус, 2020. – 157 с. – ISBN 978-5-406-01775-3. – URL: <https://book.ru/book/933977> (дата обращения 10/03/2021). –Текст электронный.
4. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и текстовых заданий: учебник для СПО – 3-е изд. – М., Неолит, 2015. – Цифровая книга: [https://www.litres.ru/v-p-olofinskaya/tehnicheskaya-mehanika-kurs-lekcij-s-variantami-prakticheskikh-i-testovyh-zadaniy-24856696/#buy\\_now\\_noreg/](https://www.litres.ru/v-p-olofinskaya/tehnicheskaya-mehanika-kurs-lekcij-s-variantami-prakticheskikh-i-testovyh-zadaniy-24856696/#buy_now_noreg/)