	ГБПОУ «Пермский политехнический колледж имени Н.Г. Славянова»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

для реализации Программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности
09.02.06 Сетевое и системное администрирование
(технологический профиль профессионального образования)

Рассмотрено и одобрено на заседании
Предметной цикловой комиссией
«Выпускающая студентов на государственную итоговую аттестацию
Протокол №2
от 21 октября 2023 г.
Председатель ПЦК
___________________ С.В. Вепрева

2023

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки, являются формой организации учебного процесса, направленной на выработку у обучающихся практических умений для изучения последующих учебных дисциплин, профессиональных модулей и для решения профессиональных задач.

Выполнение обучающимся практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам учебных дисциплин профессиональных модулей;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия проводятся в учебных кабинетах, лабораториях, мастерских. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями.

Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике.

Содержание практического занятия определяется перечнем профессиональных умений по конкретной учебной дисциплине (профессиональному модулю), а также характеристикой профессиональной деятельности выпускников, требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы.

По каждой учебной дисциплине и междисциплинарному курсу для обучающихся разработаны методические указания по выполнению практических работ.

Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, аппаратура, материалы и их характеристики, порядок выполнения работы, таблицы, выводы (без формулировки), контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

Работы, носящие частично поисковый характер, отличаются тем, что при их проведении студенты не пользуются подробными инструкциями, им не дан порядок выполнения необходимых действий, и требуют от студентов самостоятельного подбора оборудования, выбора способов выполнения работы в инструктивной и справочной литературе и др.

Работы, носящие поисковый характер, характеризуются тем, что студенты должны решить новую для них проблему, опираясь на имеющиеся у них теоретические знания.

Формы организации студентов на практических занятиях: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу.

При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется микро-группами по 2—5 человек.

При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Оценки за выполнение практических работ являются показателями текущей успеваемости студентов по учебной дисциплине.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ по учебным дисциплинам и междисциплинарным курсам

Код	Наименование учебной дисциплины, профессионального модуля, междисциплинарного курса	№ Приложения
ОУД.01	Русский язык	1
ОУД.02	Литература	2
ОУД.03	Иностранный язык	3
ОУД.04	История	4
ОУД.05	Обществознание	5
ОУД.06	География	6
ОУД.07	Химия	7
ОУД.08	Биология	8
ОУД.09	Физическая культура	9
ОУД.10	Основы безопасности жизнедеятельности	10
ОУД.11	Математика	11
ОУД.12	Информатика	12
ОУД.13	Физика	13
ОУД.14	Основы исследовательской и проектной деятельности	14
ОУД.15	Введение в специальность	15
СГ.01	История России	16
СГ.02	Иностранный язык в профессиональной деятельности	17
СГ.03	Безопасность жизнедеятельности	18
СГ.04	Физическая культура	19
СГ.04	Адаптивная физическая культура	20
СГ.05	Основы бережливого производства	21
СГ.06	Основы финансовой грамотности	22
ОП.01	Элементы высшей математики	23
ОП.02	Дискретная математика с элементами математической логики	24
ОП.03	Теория вероятностей и математическая статистика	25
ОП.04	Основы алгоритмизации и программирования	26
ОП.05	Основы проектирования баз данных	27
ОП.06	Архитектура аппаратных средств	28
ОП.07	Операционные системы и среды	29
ОП.08	Информационные технологии	30
ОП.09	Правовое обеспечение профессиональной деятельности	31
ОП.10	Стандартизация, сертификация и техническое документоведение	32
ОП.11	Основы электротехники	33
ОП.12	Инженерная компьютерная графика	34
ОП.13	Технологии физического уровня передачи данных	35
МДК.01.01	Организация, принципы построения и функционирования компьютерных сетей	36

ПРИЛОЖЕНИЕ 24

Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ по учебной дисциплине ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики

Автор: Мелюхина Людмила Васильевна, ГБПОУ «Пермский политехническийколледж имени Н.Г. Славянова», преподаватель высшей квалификационной категории

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических занятий обучающимися по дисциплине ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики предназначены для обучающихся по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование.

Цель методических указаний: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по дисциплине ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики.

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят обучающимся закрепить теоретические знания, сформировать необходимые умения и навыки деятельности по специальности, направлены на формирование следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 3.3. Осуществлять защиту информации в сети с использованием программно-аппаратных средств.

ПК 3.4 Осуществлять устранение нетипичных неисправностей в работе сетевой инфраструктуры

В результате выполнения практических занятий по дисциплине ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование обучающиеся должны:

Знать:

- основы теории множеств;
- основы математической логики;
- основы комбинаторики и комбинаторного анализа;
- основы теории графов и их применение.

Уметь:

- строить и анализировать дискретные модели;
- анализировать логику высказываний и утверждений;
- применять математический аппарат для построения и анализа алгоритмов

Описание каждого практического занятия содержит: раздел, тему, количество часов, цели работы, что должен знать и уметь обучающийся, теоретическую часть, порядок выполнения работы, контрольные вопросы, учебно-методическое и информационное обеспечение.

На выполнение практических занятий по дисциплине ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики отводится 10 *часов.*

Содержание практических занятий
Практическая работа №1

Раздел 1. Основы теории множеств

Тема: Множества. Операции над множествами.

Количество часов: 2

Цели: закрепить на практике навыки выполнения операций над множествами.

Задачи: уметь задавать множества различными способами, применять к решению задач диаграммы Венна (круги Эйлера).

Теоретический материал

Множеством называется совокупность каких-либо объектов, обладающих общим для всех характеристическим свойством.

Предметы или объекты, составляющие множество называются **элементами** множества. Элементами множества могут быть объекты любой природы: люди, дома, книги, геометрические фигуры, числа и т. д. Также элементами множества могут быть и другие множества.

- Множества обычно обозначают прописными латинскими буквами: A, B, M, X, У….
- Элементы, составляющие множество, обозначаются строчными латинскими буквами: a, b, m, x, y …, при этом элементы множества принято заключать в фигурные скобки.
  Например:
  D = {2, 4, 6, 8, 10, 12…} – множество четных чисел.
  V = {3, 6, 9, 12…} – множество чисел кратных трем

Последовательность (порядок) записи элементов в множестве не имеет значения. {1,2,3,4,5,6} и {1, 3, 5, 2, 4, 6} это одно и тоже множество

- Принадлежность элемента x множеству E записывается как $\boldsymbol{x \in E}$ и читается: «элемент x принадлежит множеству E » или короче «$x -$ элемент множества E». Если x не принадлежит множеству E, то записывают $\mathbf{x \notin E}$, что читается: «x не является элементом множества E » или «x не принадлежит множеству E».
- Множество называется **конечным**, если оно одержит конечное число элементов. Все остальные множества называются бесконечными.
- Множества, не содержащие элементы, называются **пустыми** и обозначаются $\emptyset$. Пустое множество может встретиться в реальных задачах.
- Два множества A и B называются **равными**, если множество A является подмножеством B, а B является подмножеством A. Т. е. $A = B$, если $A \subseteq B$ и $B \supseteq A$.

  2. Способы задания множеств.

  1. Перечислением элементов (только для конечных множеств):
     $M = \{m_1,\ m_2, m_3, \dots, m_n\}$. Например:
     $M = \{\ 2, 4, 6, 15, 37\ \}$
  2. Указанием характеристического свойства:
     $B = \{x|P(x)\}$ - множество B состоит из элементов x, обладающих свойством $P(x)$.
     Например: $B = \{x|x \in N, x < 35\}$ - натуральные числа, меньшие 35. (длинная вертикальная палка | выражает словесный оборот «которые», «таких, что», часто вместо неё используется двоеточие:)
- Число элементов в конечном множестве называют **мощностью множества** (*размером, нормой, длиной* и др.)

Например: $M = \{\ 2, 4, 6, 15, 37\ \}$, его мощность $|M| = 5$.

- Если каждый элемент множества A является элементом множества B, говорят, что множество A является **подмножеством** множества B, и записывают $A \subseteq B$ или $B \supseteq A$. Например: если $A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots .99\}$ – множество натуральных двузначных чисел, $B = \{10, 20, 3040, 50, 60, 70, 80, 90\}$ – множество натуральных двузначных чисел, оканчивающихся нулем, то $B \subseteq A$.

Свойства подмножеств:

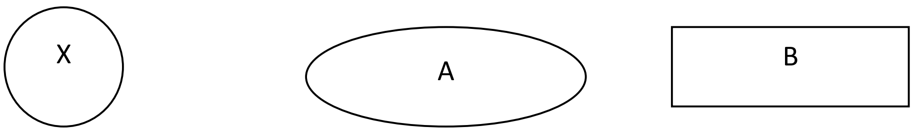
1) Пустое множество является подмножеством любого множества $\emptyset \subseteq A$;
2) Всякое множество является своим собственным подмножеством $A \subseteq A$.

Число всех подмножеств множества, содержащего n-элементов, вычисляется по формуле $k = 2^n$.

Например: выписать все подмножества у множества $M = \{a, b, c\}$. Так как $|M| = 3$, то существует $2^3 = 8$ подмножеств: $\{a\}, \{\ b\}, \{, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{\ b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset$.

3. Графическое представление множеств.

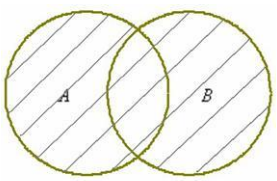
Для наглядности любое множество можно изобразить графически, нарисовав замкнутый контур. Элементами множества считаются его внутренние точки. Такие диаграммы (круги) носят название диаграммы Эйлера-Венна (по имени великого Леонарда Эйлера (1707-1783) швейцарского происхождения, проработавшего 25 лет в Петербургской Академии наук и английского математика Джона Венна (1886-1921), занимавшегося вопросами теории множеств).



Операции над множествами.

Пусть A и B — некоторые множества.

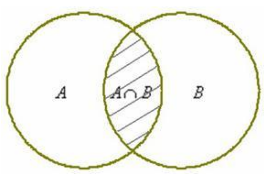
1. *Объединением множеств* A и B называется множество, каждый элемент которого принадлежит множеству A <u>или</u> множеству B. $A \cup B = \{x | x \in A\ или\ \ x \in B\}$.



Например: $A = \{1, 3, 7\}$, $B = \{-5, 3, 4, 8\}$. $A \cup B = \{-5, 1, 3, 4, 7, 8\}$

- Если множества содержат одинаковые элементы (в данном случае тройка), то в новом множестве их следует указать один раз.
- Операция применима и для большего количества множеств.

2. *Пересечением множеств* A и B называется множество, которое состоит из элементов, каждый из которых принадлежит <u>и</u> множеству A <u>и</u> множеству B. $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{x | x \in A\ и\ \ x \in B\}$.

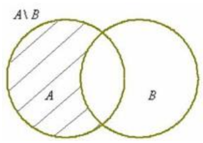


Например: $A = \{, i, j, k\}$, $B = \{k, m\}$. $A \cap B = \{k\}$

- Если у множеств нет одинаковых элементов, то их пересечение есть пустое множество.

- Операция применима и для большего количества множеств.

3. *Разностью множеств* A и B называется множество, каждый элемент которого принадлежит множеству A и не принадлежит множеству B.
$A \backslash B = \{x | x \in A \text{ и } x \notin B\}$.



Например: $A = \{10, 30, 70\}$, $B = \{-50, 30, 40, 80\}$. $A \backslash B = \{10, 70\}$.

- *Разностью множеств* B и A называется множество, каждый элемент которого принадлежит множеству B и не принадлежит множеству A.
$B \setminus A = \{x | x \notin A \text{ и } x \in B\}$

4. *Декартовым (прямым) произведением* множеств A *и* B называется множество <u>упорядоченных</u> пар элементов, причем таких, что первый элемент пары принадлежит множеству A, *второй множеству* B. $A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ и } b \in B\}$.

Например: $A = \{1, a, b\}$, $B = \{3, c\}$. $A \times B = \{(1,3), (1, c), (a, 3), (a, c), (b, 3), (b, c)\}$

$B \times A = \{(3,1), (3, a), (3, b), (c, 1), (c, a), (c, b)\}$. Вывод: $A \times B \neq B \times A$

- Число элементов декартового произведения равно произведению мощностей данных множеств, (в примере $|A| = 3, |B| = 2$, $2 \cdot 3 = 6 -$ *число элементов* $A \times B$ *и* $B \times A$).

<u>Порядок выполнения работы</u>

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

<u>Задание:</u>

1 Вариант

1. A={x | x $\in$ N: x - однозначное, составное число}, B={7,8,13}

Определить количество подмножеств у множества A. Выписать все подмножества у множества B.

2. X={ однозначные натуральные числа, кратные 3}, Y={1,3,5,6,8}

Найти: X$\cap$Y, X$\cup$Y, X\Y, Y\X

3. A={ $x \in R | -1 < x \leq 8$ }
B={ $x \in R | 0 \leq x \leq 12$ }

Найти: A\B, B\A, B\(A$\cap$B), A\(A$\cup$B)

4. Упростить: $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B)$
5. Доказать тождество: $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \cap (A \backslash C)$

2 Вариант

1. A={x | x$\in$N : x- однозначное простое число}, B={0,3,21}

Определить количество подмножеств у множества А. Выписать все подмножества у множества В.

2. X={ однозначное натуральное число : 4}, Y={2,3,4,5,6,8,11}

Найти: X∩Y, X∪Y, X\Y, Y\X.

3. A={ $x \in R| \ 2 \le x \le 14$ }
   B={ $x \in R| -3 < x \le 10$ }

Найти: A\B, B\A, B\(A∩B), A\(A∪B).

4. Упростить: $A \cup (B\backslash A)$.
5. Доказать тождество: $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$.

Контрольные вопросы:

1) Что называется множеством? Как обозначают пустое множество, универсальное?
2) Что называется подмножеством?
3) Какие множества называются равными?
4) Способы задания множеств.
5) Виды операций над множествами.

Практическая работа №2

Раздел 2. Математическая логика

Тема: Выполнений операций над высказываниями.

Количество часов: 2

Цели: повторить определение сложной функции. Закрепить на практике нахождение производных сложных функций.

Количество часов: 2

Цели: повторить логические операции. Закрепить на практике построение таблиц истинности для формул логики.

Задачи: уметь строить таблицы истинности формулы логики; уметь применять методику упрощения формул логики с помощью равносильных преобразований.

<u>Теоретический материал</u>

Высказывание – это предложение которое может быть либо истинным, либо ложным.

В математической логике не рассматривается сам смысл высказываний, определяется только его истинность или ложность, что принято обозначать соответственно И или Л.

Логические операции (связки) над высказываниями:

1. **Отрицание**. *Отрицанием* (логическим “*не*”) высказывания Р называется высказывание, которое истинно только тогда, когда высказывание Р ложно.

Обозначается $\overline{P}$.

Соответствие между высказываниями определяется таблицами истинности. В нашем случае эта таблица имеет вид:

Р	$\overline{P}$
И	Л
Л	И

3) **Конъюнкция.** *Конъюнкцией* (логическим “*и*”) двух высказываний Р и Q называется

высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания. Обозначается P&Q или P ∧ Q.

P	Q	P ∩ Q
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

3) **Дизъюнкция.** *Дизъюнкцией* (логическим "*или*") двух высказываний P и Q называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.
Обозначается P∨Q.

P	Q	P ∪ Q
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

4) **Импликация.** *Импликацией* (логическим *следованием*) двух высказываний P и Q называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда высказывание P истинно, а Q – ложно. Обозначается P⊃Q (или P→Q). Высказывание P называется посылкой импликации, а высказывание Q – следствием.

P	Q	P → Q
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

5) **Эквиваленция.** *Эквиваленцией* (логической *равносильностью*) двух высказываний P и Q называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинности высказываний совпадают. Обозначается P~Q или P⇔Q.

P	Q	P~Q
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

<u>**Порядок выполнения работы**</u>

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.

4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

Задание:

Вариант 1

Задание 1. Построить таблицу истинности для логических выражений:

1) а) $F=\overline{\overline{A\vee B}\wedge C\vee\overline{\overline{D\wedge\overline{C}}}}$; б) $F=\overline{\overline{A\vee B\vee C}\wedge\overline{A}}\vee\overline{\overline{B\& C}\vee D}\&\overline{D}$;

2) а) $F=\left(A\wedge B\vee\overline{\overline{C\& D}}\right)\&\overline{A}\vee D$; б) $F=\overline{(A\vee B)\& C}\vee\overline{A\wedge\overline{B}}\vee\overline{\overline{D}\& C}$;

Задание 2. Определить истинность составного высказывания состоящего из простых высказываний:

1) A = {Принтер – устройство ввода информации},
B = {Процессор – устройство обработки информации},
C = {Монитор – устройство хранения информации},
D = {Клавиатура – устройство ввода информации}.

Установить истинность простых высказываний: A=1, B=0, C=1, D=0. Определите истинность составного высказывания.

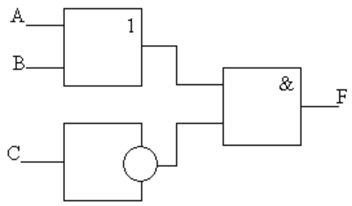
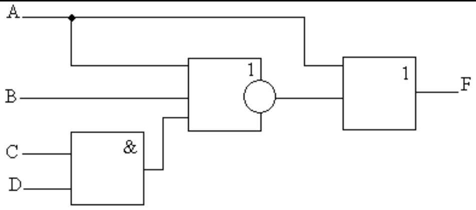
2) A = {Москва – столица России},
B = {Число 27 является простым},
C = {Волга впадает в Каспийское море}.

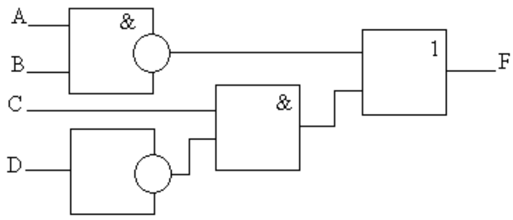
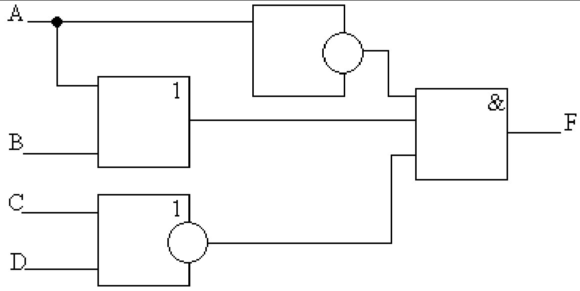
Установить истинность простых высказываний: A=1, B=0, C=1, D=0. Определите истинность составного высказывания.

3) A = {Если идет дождь, то солнце не светит},
B = {Если ветер дует, то нет дождя}.

Установить истинность простых высказываний: A=1, B=0, C=1, D=0. Определите истинность составного высказывания.

Задание 3. Записать логическую функцию, описывающую состояние схемы, составить таблицу истинности:

№	**Логическая схема**
1)	
2)	

3)	
4)	

Вариант 2

Задание 1. Построить таблицу истинности для логических выражений:

1) а) $F=\overline{(\overline{A\vee B})\,\&\,(C\vee D)}\wedge\overline{C}$; б) $F=\overline{\overline{D}\wedge(A\vee\overline{\overline{B\vee C}})}\wedge A$;

2) а) $F=\overline{(D\vee B)\,\&\,\overline{\overline{C\wedge\overline{A}}}}$; б) $F=\overline{A}\vee\overline{(A\vee B)}\vee\overline{A\,\&\,\overline{\overline{B\,\&\,A}}}$;

Задание 2. Определить истинность составного высказывания состоящего из простых высказываний:

1) *A* = {Процессор – устройство обработки информации},
B = {Принтер – устройство ввода информации},
C = {Клавиатура – устройство ввода информации},
D = {Монитор – устройство хранения информации}.

Установить истинность простых высказываний: A=1, B=0, C=1, D=0. Определить истинность составного высказывания.

2) *A* = {Сегодня светит солнце},
B = {Трава растет}.

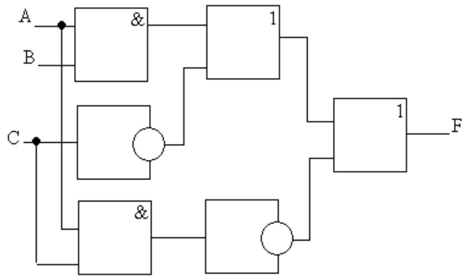
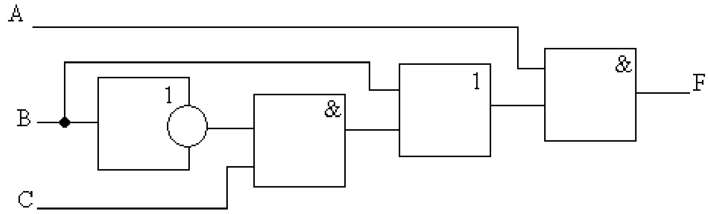
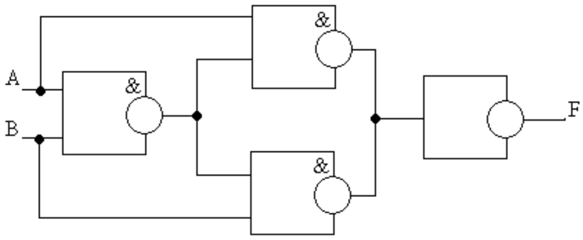
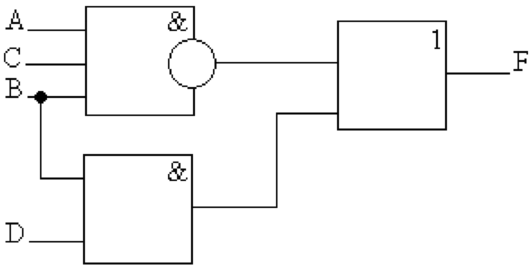
Установить истинность простых высказываний: A=1, B=0. Определить истинность составного высказывания.

3) *A* = {Сегодня суббота},
B = {Сегодня пасмурно},
C = {Я буду читать книгу}.

Установим истинность простых высказываний: A=1, B=0, C=1. Определите истинность составного высказывания.

Задание 3. Запишите логическую функцию, описывающую состояние схемы, составьте таблицу истинности:

№	**Логическая схема**

1)	
2)	
3)	
4)	

Контрольные вопросы:

1. Что называют высказыванием?
2. Какие логические операции можно выполнять над высказываниями?

Практическая работа №3

Раздел 3. Основы комбинаторики и теории вероятностей

Тема: Решение практических задач на число сочетаний и размещений.

Количество часов: 2

Цели: закрепить на практике навыки решения комбинаторных задач.

Задачи: уметь определять количество выборок, используя правила комбинаторики и основные формулы.

<u>Теоретический материал</u>

Комбинаторными задачами называются задачи, в которых необходимо подсчитать, сколькими способами можно сделать тот или иной выбор, выполнить какое-либо условие.

Пусть имеется множество, содержащее n элементов. Каждое его упорядоченное подмножество, состоящее из k элементов, называется ***размещением из n элементов по k элементов:***

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$, где n!=1*2*3*…*n

Пример. Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока?

Решение. Число способов равно числу размещений из 7 элементов по 4, т.е. равно A_7^4.

Получаем $A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{3!*4*5*6*7}{3!} = 4*5*6*7 = 840$.

Размещения из n элементов по n элементов называются ***перестановками из n элементов:*** $P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$.

Пример. Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что в числе цифры не повторяются?

Решение. Цифра 5 обязана стоять на последнем месте. Остальные пять цифр могут стоять на оставшихся пяти местах в любом порядке. Следовательно, искомое число шестизначных чисел, кратных пяти, равно числу перестановок из пяти элементов, т.е. 5!=5*4*3*2*1=120.

Сочетания. Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Каждое его подмножество, содержащее k элементов, называется ***сочетанием из n элементов по k элементов:***

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Пример. Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?

Решение. Матчей состоится столько, сколько существует двухэлементных подмножеств у множества, состоящего из 16 элементов, т.е. их число равно

$$C_{16}^2 = \frac{16!}{2!(16-2)!} = \frac{14!*15*16}{2!*14!} = \frac{15*16}{2} = 120 .$$

Правила комбинаторики:

1. Правило суммы. Если элемент x можно выбрать n способами и если элемент y можно выбрать m способами, то выбор «либо x, либо y» можно осуществить n+m способами.

2. Правило произведения. Если элемент x можно выбрать n способами, и если после его выбора элемент y можно выбрать m способами, то выбор упорядоченной пары можно осуществить nm способами.

Порядок выполнения работы

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым

почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

Задание:

Вариант I.

1. Вычислите: а) $\frac{P_8}{A_5^8}$; б) $C_7^{10} \cdot P_3$.

2. Сколько различных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр: а) 0, 2, 4, 6; б)2, 3, 4, 6?

3. У студентов первого курса в понедельник 4 пары различных предметов. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?
4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трёх дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
5. Сколько всевозможных трёхзначных чисел можно составить, используя цифры: 4, 5, 6, 7, 8?

Вариант II.

1. Вычислите: а) $\frac{P_9}{A_6^9}$; б) $C_3^7 \cdot P_4$.

2. Сколько различных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр: а) 1, 2, 3, 4; б)0, 2, 3, 4?
3. Сколькими способами можно расставить на полке 4 различные книги?
4. Для ремонта здания прибыла бригада из 12 человек. Трёх из них надо отправить на четвёртый этаж, а из оставшихся четырёх на пятый этаж. Сколькими способами это можно сделать?
5. На первом курсе колледжа изучают 9 дисциплин. Сколько различных вариантов расписания можно составить на понедельник, если в расписании нужно поставить 3 пары?

Контрольные вопросы:
1) Какие задачи называются комбинаторными?
2) Виды комбинаций. Формулы для подсчета количества комбинаций.
3) Правила комбинаторики.

Практическая работа №4

Раздел 2: Основы комбинаторики и теории вероятностей

Тема: Определение вероятностей случайных событий.

Количество часов: 2

Цели: повторить классическое определение вероятности. Закрепить на практике вычисление вероятности случайных событий.

Задачи: уметь вычислять вероятности случайных событий по классической формуле определения вероятности.

Теоретический материал

Классическое определение вероятности: вероятность P(A) события A равна отношению числа возможных результатов опыта (M), благоприятствующих событию A, к числу всех возможных результатов опыта (N): $P(A) = \frac{M}{N}$.

Пример 1. Подбрасывание игральной кости один раз. Событие A состоит в том, что выпавшее число очков – чётно. В этом случае N=6 – число граней куба; M=3 – число граней с чётными номерами; тогда P(A)=3/6=1/2.

Пример 2. Подбрасывание симметричной монеты 2 раза. Событие A состоит в том, что выпало ровно 2 герба. В этом случае N=4, т.к. Ω={ГГ, ГР, РГ, РР}; M=1, т.к. A={ГГ}. Тогда P(A)= ¼.

Пример 3. Вытягивание шара из урны, содержащей 2 белых и 3 чёрных шара. Событие A состоит в том, что вытянули чёрный шар. В этом случае N=2+3=5 (общее число шаров в урне), M=3 (число чёрных шаров), тогда P(A)=3/5.

Пример 4. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятность того, что он с первого раза наберёт эти цифры правильно, если он помнит, что они различны?

Решение. Обозначим A – событие, состоящее в том, что абонент, набрав произвольно две цифры, угадал их правильно. M – число правильных вариантов, очевидно, что M=1; N – число различных цифр, $N = A_{10}^{2} = \frac{10!}{8!} = \frac{8!*9*10}{8!} = 9*10 = 90$. Таким образом, P(A)=M/N=1/90.

Пример 5. Шесть шариков случайным образом располагаются в шести ящиках так, что для каждого шарика равновероятно попадание в любой ящик и в одном ящике может находиться несколько шариков. Какова вероятность того, что в каждом ящике окажется по одному шарику?

Решение. Событие A – в каждом ящике по одному шарику. M – число вариантов распределения шариков, при которых в каждый ящик попадает по одному шарику, M=6! (число способов переставить между собой 6 элементов). N – общее число вариантов N=6^6 (так как каждый шарик может попасть в каждый из ящиков). В результате получаем

$$P(A) = \frac{6!}{6^6} = \frac{5!*6}{6^6} = \frac{5!}{6^5}.$$

Пример 6. В урне 3 белых и 4 чёрных шара. Из урны вынимаются два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

Решение. Обозначим: A – событие, состоящее в появлении белых шаров; N – число способов вытащить 2 шара из 7; $N = C_7^2$; M – число способов вытащить 2 белых шара из имеющихся 3 белых шаров; $M = C_3^2$.

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{2!*5!*3!}{7!*2!*1!} = \frac{3!}{7*6} = \frac{1}{7}$$

Порядок выполнения работы

1. Работу необходимо выполнить в тетради для практических занятий.
2. Работу следует оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.

3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить теоретический материал.
5. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

Задание:

Вариант 1

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10?
2. Монета подброшена два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет герб?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго – 0,8, длятретьего – 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.
4. В клетке есть пушистые и гладкошёрстые хомяки. Среди пушистых 3 белых, 2 чёрных и 4 рыжих. Среди гладкошёрстых 2 белых, 3 чёрных и
1 - рыжий. Какова вероятность того, что выбранный наугад хомяк будет белым или пушистым?
5. В трёх одинаковых коробках лежат жетоны. В первой коробке – 2жёлтых и 3 красных, во второй коробке – 3 жёлтых и 4 красных, в третьей – 1 жёлтый и 5 красных. Какова вероятность того, что из наугад выбранной коробки будет извлечён жёлтый жетон?

Вариант II.

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара превышает 10?
2. В лотерее 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 100 рублей, на 4 билета – выигрыш по 50 рублей, на 10 билетов – выигрыш по 20 рублей, на 20 билетов – выигрыш по 10 рублей, на 165 билетов –выигрыш по 5 рублей, на 400 билетов – выигрыш по 1 рублю. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 10 рублей?
3. В первом ящике 2 белых и 10 чёрных шаров; во втором ящике 8 белыхи 4 чёрных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара белые?
4. Бросают игральную кость. Какова вероятность того, что выпадет 3 очкаили нечётное число очков?
5. В двух одинаковых аквариумах живут чёрные и красные рыбки. Впервом – 3 красных и 5 чёрных рыбок, а во втором – 4 красных и 2 чёрных. Какова вероятность того, что из наугад выбранного аквариума будет выловлена сачком чёрная рыбка?

Контрольные вопросы:
1) Какое событие называют достоверным?
2) Какое событие называют невозможным?
3) Дайте определение противоположных событий.
4) Сформулируйте классическое определение вероятности.

5) Чему равна вероятность достоверного события?
6) Чему равна вероятность невозможного события?
7) Что называется частотой события?
8) Какой вид имеет формула вычисления вероятности?

9)

Практическая работа №5

Раздел 4: Основы теории графов

Тема: Графы. Способы задания графов.

Количество часов: 2

Цели: проверить на практике знание понятия графа, свойств графов, умение матричного представления графов.

Задачи: закрепить умение задавать графы различными способами, находить максимальные и минимальные пути.

Теоретический материал

Графом называется конечное множество точек, некоторые из которых соединены линиями. Точки называются *вершинами* графа, а соединяющие линии – *рёбрами*.
Схема графа, состоящая из «изолированных» вершин, называется *нулевым графом*. *(рис.2)*
Графы, в которых не построены все возможные ребра, называются *неполными графами*. *(рис.3)*
Графы, в которых построены все возможные ребра, называются *полными графами*. *(рис.4)*

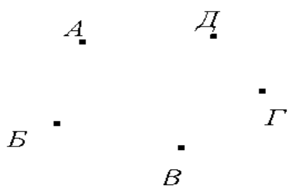


рис. 2

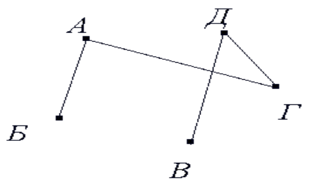


рис.3

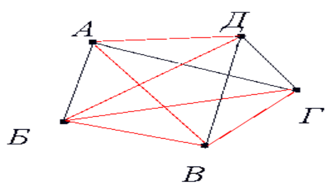


рис. 4

Степени вершин и подсчет числа ребер.

Количество рёбер, выходящих из вершины графа, называется *степенью вершины*. Вершина графа, имеющая нечётную степень, называется *нечетной*, а чётную степень – *чётной.*

Если степени всех вершин графа равны, то граф называется *однородным.* Таким образом, любой полный граф — однородный.

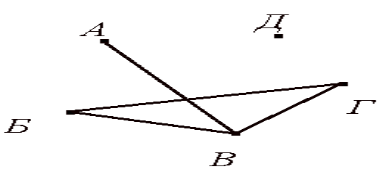


рис.5

Закономерность 1. Степени вершин полного графа одинаковы, и каждая из них на 1 меньше числа вершин этого графа.

Закономерность 2. Сумма степеней вершин графа число четное, равное удвоенному числу ребер графа. Эта закономерность справедлива не только для полного, но и для любого графа.

ТЕОРЕМА. Число нечетных вершин любого графа четно.

Эйлеровы графы.

Граф, который можно нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги, называется *эйлеровым.*

Закономерность 3 Невозможно начертить граф с нечетным числом нечетных вершин.

Закономерность 4. Если все вершины графа четные, то можно не отрывая карандаш от бумаги («одним росчерком»), проводя по каждому ребру только один раз, начертить этот граф. Движение можно начать с любой вершины и закончить его в той же вершине.

Закономерность 5. Граф, имеющий всего две нечетные вершины, можно начертить, не отрывая карандаш от бумаги, при этом движение нужно начать с одной из этих нечетных вершин и закончить во второй из них.

Закономерность 6. Граф, имеющий более двух нечетных вершин, невозможно начертить «одним росчерком».

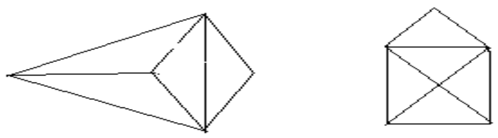


рис.6 (Эйлеровы графы)

Связные графы

Граф называется *связным*, если любые две его вершины могут быть соединены путем, т. е. последовательностью ребер, каждое следующее из которых начинается в конце предыдущего.

Граф называется *несвязным,* если это условие не выполняется.

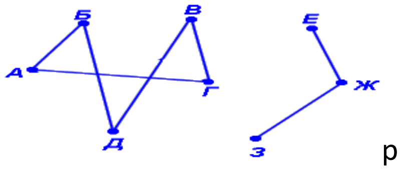


рис.7

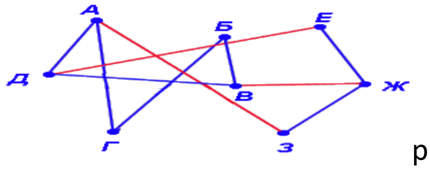


рис.8

Деревья

Деревом называется любой связный граф, не имеющий циклов.

Циклом называется путь, в котором совпадают начало с концом.

Если все вершины цикла разные, то такой цикл называется *элементарным* (или простым) циклом. Если же цикл включает в себя все ребра графа по одному разу, то такой цикл называется

Путем в графе от одной вершины к другой называется такая последовательность ребер, по которой можно проложить маршрут между этими вершинами.

При этом никакое ребро маршрута не должно встречаться более одного раза. Вершина, от которой проложен маршрут, называется началом пути, вершина в конце маршрута — конец пути.

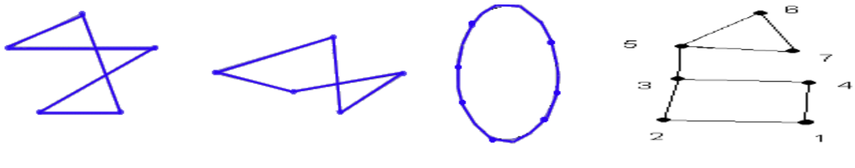
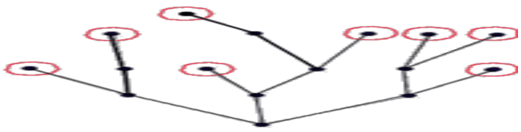


рис.9

Висячей вершиной называется вершина, из которой выходит ровно одно ребро. (рис.10)



Ориентированные графы

Граф, на рёбрах которого расставлены стрелки, называется *ориентированным.*

Степенью выхода вершины ориентированного графа называется число ребер, для которых эта вершина является началом (число ребер, «выходящих» из вершины). *Степенью входа* вершины ориентированного графа называется число ребер, для которых эта вершина является концом (число ребер, «входящих» в вершину).

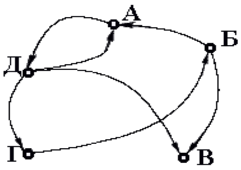


рис.14

Путем, в ориентированном графе от вершины A1 к вершине An называется последовательность ориентированных ребер.

Ориентированным циклом называется замкнутый путь в ориентированном графе.

Длина «кратчайшего пути» между двумя вершинами называется расстоянием между ними.

Порядок выполнения работы

1. Работу необходимо выполнять в тетради для практических занятий.
2. Работу оформлять чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, следует внимательно изучить методические указания.
5. Все построения выполнять с использованием карандаша и чертежных инструментов.
6. Следует уделить внимание вопросам для самоконтроля.
7. Решение необходимо сопроводить краткими пояснениями, указав используемые формулы.

Задание:

Вариант №1

1. Граф задан графически:
   1) составьте для него матрицу смежности вершин;
   2) составьте для него матрицу инцидентности;
   3) укажите степени вершин графа.

2. Граф задан матрицей инцидентности:

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**	**k**
1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	-1	0	0	1	1	0	0
3	1	0	1	0	-1	0	0	0	0
4	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
5	0	0	0	1	0	-1	0	-1	0
6	0	1	0	0	1	0	-1	0	-1

   1) постройте изображение этого графа;
   2) запишите матрицу смежности вершин;
   3) укажите степени вершин графа.

3. Между населёнными пунктами M, N , P, Q, R, S построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

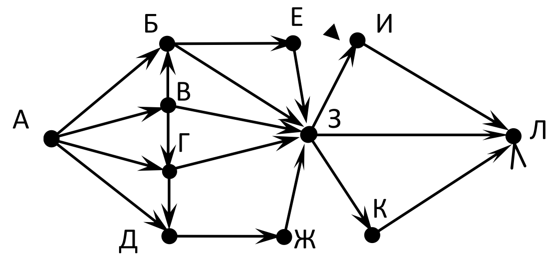
	M	N	P	Q	R	S
M		5				
N	5		9	3	8	
P		9			4	
Q		3			2	
R		8	4	2		7
S					7	

Определите наибольшую длину пути между пунктами M и S.

4. В таблице приведена стоимость перевозки грузов между соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие станции не являются соседними. Определите максимальную и минимальную стоимость перевозки грузов из А в Д.

	А	Б	В	Г	Д
А		1	3	6	2
Б	1				5
В	3			4	2
Г	6		4		
Д	2	5	2		

5. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



Вариант № 2

1. Граф задан графически:
   1) составьте для него матрицу смежности вершин;
   2) составьте для него матрицу инцидентности;
   3) укажите степени вершин графа.

2. Граф задан матрицей инцидентности:

	а	**в**	**г**	**д**	**е**	**ж**	**з**	**и**
1	-1	1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	-1	0	0	1	0	0
3	1	0	1	0	-1	0	1	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0

5	0	0	0	-1	0	-1	0	-1
6	0	-1	0	0	1	0	-1	0

1) постройте изображение этого графа;
2) запишите матрицу смежности вершин;
3) укажите степени вершин графа.

3. Между населёнными пунктами М1, М2 , М3, М4, М5, М6 построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	М1	М2	М3	М4	М5	М6
М1		1	8			10
М2	1		6	3	2	
М3	8	6			4	
М4		3			2	
М5		2	4	2		7
М6	10				7	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами М2 и М6.

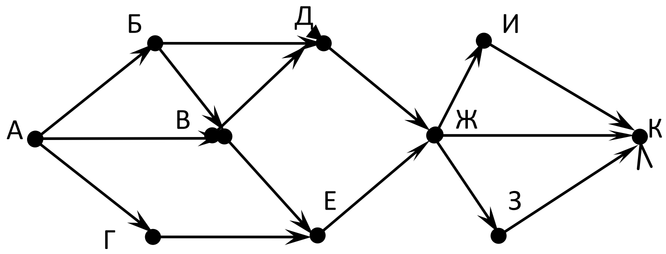
4. В таблице приведена стоимость перевозки грузов между соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие станции не являются соседними. Определите максимальную и минимальную стоимость перевозки грузов из A в E.

	A	B	C	D	E
A			3	6	
B					
C	3			4	2
D	6		4		
E	2		2		

5. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

Контрольные вопросы:

1) Что называется графом? Элементы графа.
2) Какие вершины называются смежными?
3) Что называется степенью вершины?
4) Какие ребра называются смежными?
5) Какое ребро называется петлей?
6) Какой граф называется ориентированным?
7) Что называется маршрутом, длиной маршрута?
8) Какой маршрут называется цепью, циклом?
9) Что называется путем, длиной пути?
10) Какой граф называется деревом?
11) Способы задания графа.



Критерии оценки за практическую работу

Оценка «5» ставится, если:

• работа выполнена полностью;

• в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;

• в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

• работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

• допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

• допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка «2» ставится, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Учебно-методическое и информационное обеспечение

Основные печатные издания

1. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - 4-е изд. стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2019.

2. Спирина, М. С. Дискретная математика. Сборник задач с алгоритмами решений: учебное пособие / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - М.: Издательский Центр "Академия", 2018.- 288 с.

Основные электронные издания

1. Седых, И. Ю., Дискретная математика : учебное пособие / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков. — Москва: КноРус, 2022. — 329 с. — ISBN 978-5-406-09534-8. — URL: https://book.ru/book/943182. — Текст : электронный.

2. Денежкина, И. Е., Теория вероятностей и математическая статистика. : учебное пособие / И. Е. Денежкина, С. Е. Степанов, И. И. Цыганок. — Москва : КноРус, 2022. — 302 с. — ISBN 978-5-406-09716-8. — URL: https://book.ru/book/943653. — Текст : электронный.

3. Вороненко, А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / А. А. Вороненко, В. С. Федорова. — 2-е изд., испр. — М.: ИНФРА-М, 2020. — 105 с. - Режим доступа: https://znanium.com/catalog/product/1045617.

4. Гусева, А. И. Дискретная математика: сборник задач [Электронный ресурс] / А. И. Гусева, В. С. Киреев, А. Н. Тихомирова. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2021. — 224 с. - Режим доступа: https://znanium.com/catalog/product/1094740.

5. Седова, Н. А. Дискретная математика: учебник для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Профобразование, 2020. — 329 с. — ISBN 978-5-4488-0451-9. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование: [сайт]. — URL: https://profspo.ru/books/89997.

6. Седова, Н. А. Дискретная математика. Сборник задач: практикум для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Профобразование, 2020. — 319 с. — ISBN 978-5-4488-0506-6. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование: [сайт]. — URL: https://profspo.ru/books/89998.

7. Хусаинов, А. А. Дискретная математика: учебное пособие для СПО / А. А. Хусаинов. — Саратов: Профобразование, 2019. — 77 с. — ISBN 978-5-4488-0281-2. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование: [сайт]. — URL: https://profspo.ru/books/86136.

8. Шевелев, Ю. П. Прикладные вопросы дискретной математики: учебное пособие для спо / Ю. П. Шевелев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-7822-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/180814 .